תרגול 1 – חדוו"א 1 לביולוגיה חישובית

ערך מוחלט

ערך מוחלט של מספר הוא המרחק בינו לבין האפס על ציר המספרים.

דוגמאות

1. $|-2|=2$ מכיוון שהמרחק בין 2- לבין האפס על ציר המספרים הוא 2.
2. $|x|>3$ כל המספרים שמרחקם מהאפס גדול מ 3 ז"א $x<-3 \vee 3<x$ ($\vee$ - או).
3. $|x|<4$ כל המספרים שמרחקם מהאפס קטן מ 3 ז"א $-4<x<4$.

הערה

אם $a\le 0$ נקבל ש $|a|=-a$ ואם $a\ge 0$ נקבל ש $|a|=a$.

תכונות

א. $a=0 \Leftrightarrow |a|=0$ ($\Leftrightarrow$ סימן לוגי "אם ורק אם")

ב. $|a|=|-a|$, ולכן $|a-b|=|b-a|$.

ג. $|a\cdot b|=|a|\cdot|b|$, ולכן $|a^n|=|a|^n$.

אי שוויון המשולש

לכל שני מספרים ממשיים a,b מתקיים:

1. $|a+b|\le|a|+|b|$.
2. $||a|-|b||\le|a-b|$.

הוכחה

מקרה א - $a\ge 0\wedge b\ge 0$ ($\wedge$ - וגם).

1. מכיוון ש $a\ge 0\wedge b\ge 0$ נקבל ש $a+b\ge 0$ ז"א $|a+b|=a+b=|a|+|b|$.
2. מכיוון ש $a\ge 0\wedge b\ge 0$ נקבל ש $|a|=a\wedge|b|=b$ ז"א $||a|-|b||=|a-b|$.

מקרה ב - $a\le 0\wedge b\le 0$.

1. מכיוון ש $a\le 0\wedge b\le 0$ נקבל ש $a+b\le 0$ ז"א $|a+b|=-(a+b)=-a+(-b)=|a|+|b|$.
2. $||a|-|b||=|-a-(-b)|=|-a+b|=|-(a-b)|=|a-b|$.

מקרה ג - $a\le 0\wedge b\ge 0$.

אם $|a|\ge|b|$ אז $a+b\ge 0, |a|-|b|\ge 0, a-b\le 0$

1. $|a+b|=a+b=-|a|+|b|\le-|a|+2|a|+|b|=|a|+|b|$.
2. $||a|-|b||=|a|-|b|=-a-b\le-a-b+2b=-a+b=|a-b|$

מקרה ד- $b\le 0\wedge a\ge 0$ הוכחה זהה למקרה ג.

<u>הגדרה – פונקציה</u>

יהיו D,B שתי קבוצות של מספרים ממשיים. פונקציה f מן הקבוצה D לקבוצה B הנה התאמה לכל מספר x ב D, מספר יחיד y ב B.

הקבוצה D נקראת תחום של הפונקציה f, והקבוצה B נקראת הטווח של הפונקציה f.

<u>דוגמא</u>

$f\left(x\right)=\sqrt{1-x}$ במקרה זה התחום של הפונקציה $D=\left\{x\le 1\right\}$.

<u>סימון</u>

פונקציה f שהתחום שלה הוא D והטווח שלה הוא B נסמן ע"י $f:D\to B$, בד"כ $B=\mathbb{R}$.
($\mathbb{R}$ - קבוצת כל המספרים הממשיים).

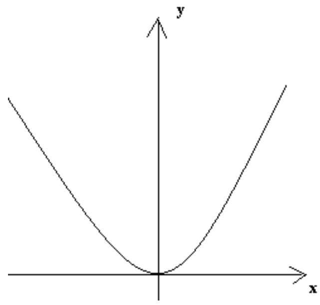
<u>הזזת פונקציה</u>

לכל פונקציה ניתן תיאור גרפי

גרף הפונקציה $g\left(x\right)=f\left(x+a\right)+c$ הוא גרף הפונקציה $f(x)$ לאחר הזזה של $|a|$ "צעדים" ימינה אם $a<0$ או $|a|$ "צעדים" שמאלה אם $a>0$ ו $|c|$ "צעדים" למטה אם $c<0$ או $|c|$ "צעדים" למעלה אם $c>0$.

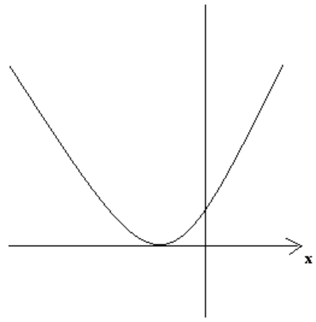
<u>דוגמא</u>

$f\left(x\right)=x^2$



נשים לב שאם נזיז את הגרף של הפונקציה $f\left(x\right)=x^2$ "צעד" אחד שמאלה נקבל את הגרף של הפונקציה

$g\left(x\right)=f\left(x+1\right)=\left(x+1\right)^2$



ואם נזיז את הגרף של הפונקציה $f\left(x\right)=x^2$ "צעד" אחד למעלה נקבל את הגרף של הפונקציה $g\left(x\right)=f\left(x\right)+1=x^2+1$.

<u>פונקציה זוגית\אי זוגית</u>

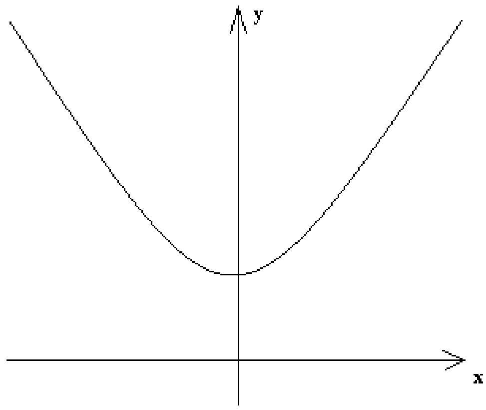
נאמר ש $f\left(x\right)$ היא פונקציה זוגית אם לכל $x\in\mathbb{R}$ ($\in$ - שייך) $f\left(x\right)=f\left(-x\right)$.

נאמר ש $f(x)$ היא פונקציה אי זוגית אם לכל $x\in\mathbb{R}$ $f(-x)=-f(x)$.

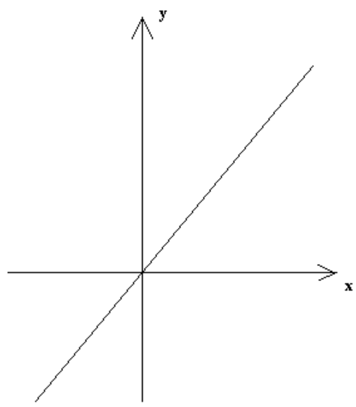
משמעות גיאומטרית
פונקציה זוגית סימטרית ביחס לציר y ופונקציה אי זוגית סימטרית ביחס לראשית הצירים.

<u>דוגמאות</u>

1. $f(x)=2x^2+3$ היא פונקציה זוגית.



2. $f(x)=x$ היא פונקציה אי זוגית.



3. $f(x)=(x+1)^2$ לא זוגית ולא אי זוגית.
4. $f(x)=0$ זוגית ואי זוגית.

<u>הערה</u>

כל פונקציה ניתן לרשום כסכום של פונקציה זוגית ואי זוגית באופן הבא:

$$f(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{2}+\frac{f(x)-f(-x)}{2}$$

<u>תרגיל</u>

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

1. $f(x)=\frac{x+3}{2x-18}$ 2. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 3. $f(x)=\frac{1}{\cos x}$.