וקטורים – בגישה משולבת
שאלון 035807
חלק א

ד״ר נעמי צ׳יזיק

תשע״ז

מפגש 4 נצרת עילית

<u>דוגמה</u> מתוך : בני גורן, שאלון 007, עמ' 523

במשולש ABC נסמן : $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$ $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$. הנקודה D מקיימת : $\overrightarrow{AD}=t\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$

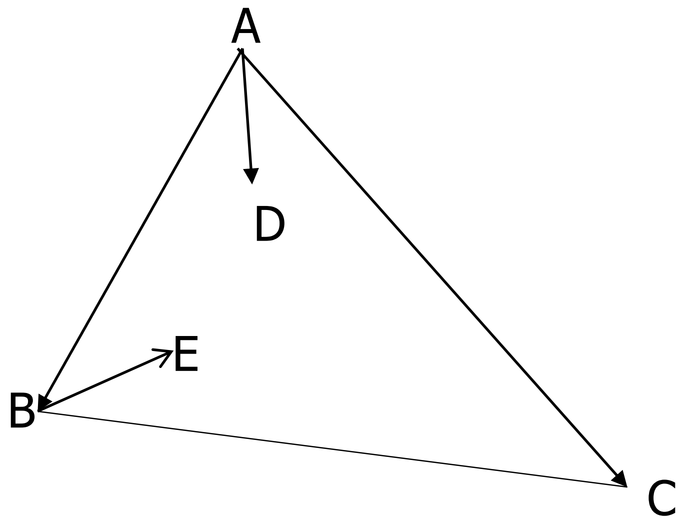
והנקודה E מקיימת : $\overrightarrow{BE}=s\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)$

א. הבע את $\overrightarrow{AD}$ ואת $\overrightarrow{BE}$ באמצעות $\underline{u},\ \underline{v},\ s,\ t$

ב. הבע את $\overrightarrow{DE}$ באמצעות $\underline{u},\ \underline{v},\ s,\ t$

ג. מצא את s ו-t ואת הוקטורים $\overrightarrow{AD}$ ו- $\overrightarrow{BE}$

אם נתון ש- DE מקביל ל-AB ושווה למחציתו.



<u>דוגמה</u> מתוך : בני גורן, שאלון 007, עמ' 523

במשולש ABC נסמן : $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$ $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$. הנקודה M היא אמצע BC.

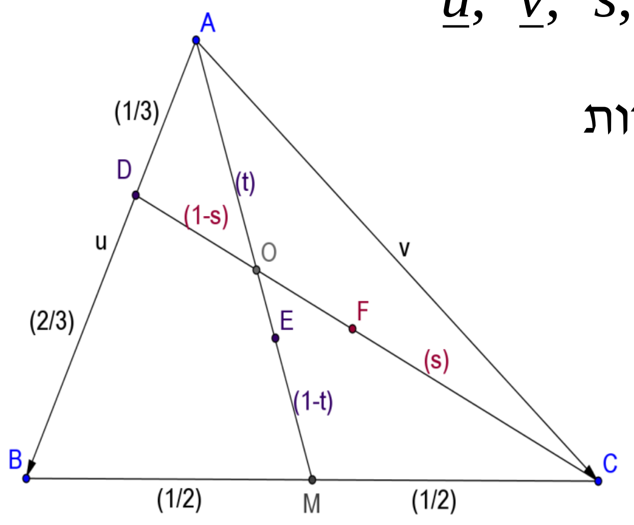
הנקודה D מחלקת את AB ביחס של BD: DA=2: 1. הנקודות E ו- F

מקימות $\overrightarrow{AE}=t\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{CF}=s\overrightarrow{CD}$. AM ו- CD נחתכים בנקודה O.

א. הבע את $\overrightarrow{AE}$ ואת $\overrightarrow{CF}$ באמצעות $\underline{u},\ \underline{v},\ s,\ t$

ב. מצא את t ו- s אם הנקודות E ו- F מתלכדות עם הנקודה O.

ג. מצא את היחס שבו מחלקת הנקודה O את AM ואת CD.



[בנייה בג'יאוג'ברה]

נקודת חיתוך בוקטורים

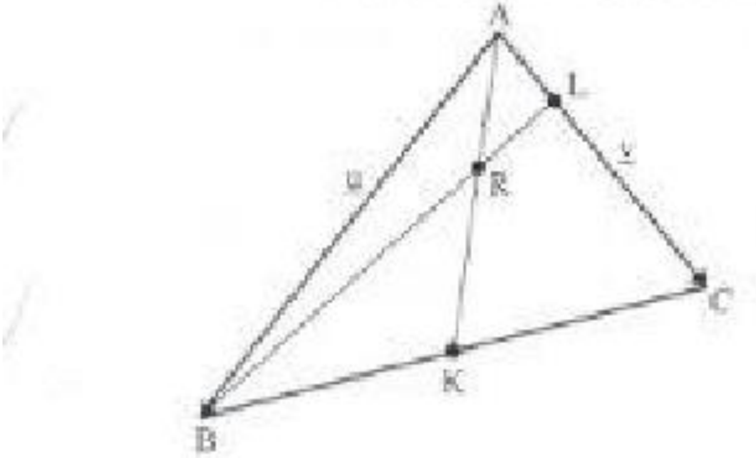
<u>תרגיל</u> **להגשה**

(רימון ועמיצור, עמ' 117)

32. במשולש ABC מסמנים $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.
נתון

$$\vec{BL} = \frac{2}{3}\vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{BC}$$

ויהי K אמצע BC.
מסמנים ב R את נקודת הפגישה של AK ושל BL.
א. הבע את $\vec{AR}$ בעזרת $\underline{u}$, $\underline{v}$.

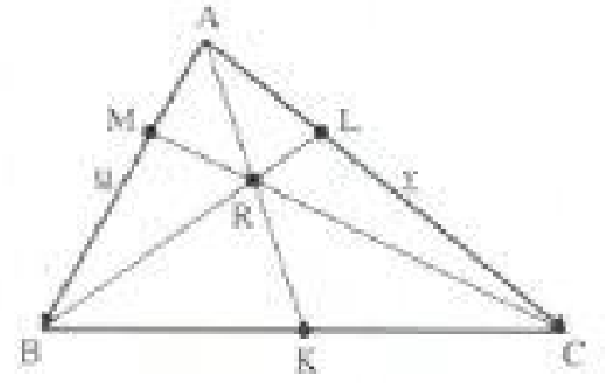


ב. באיזה יחס מחלקת R את AK ואת BL?

<u>תרגיל</u> **להגשה**

(רימון ועמיצור, עמ' 117)

34. במשולש ABC מסמנים $\underline{u} = \vec{AB}$, $\underline{v} = \vec{AC}$.



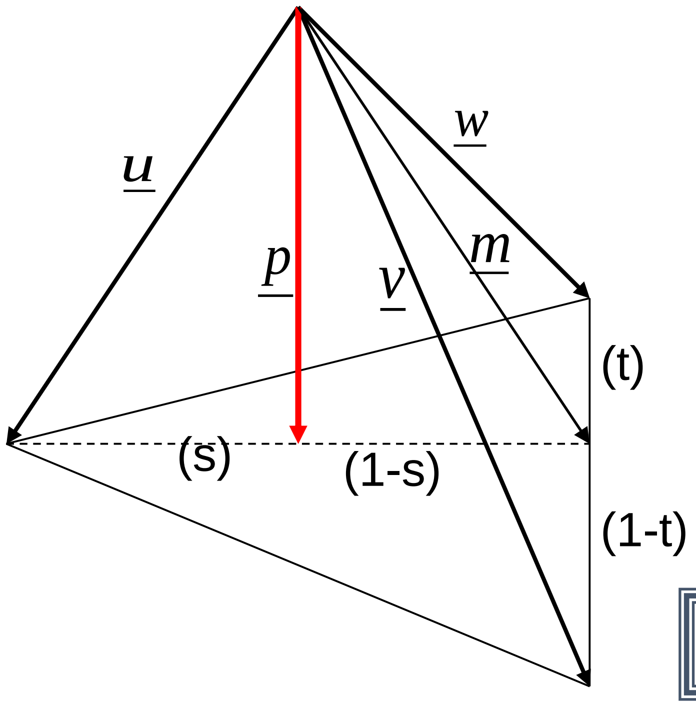
נתון כי M מחלקת את BA ביחס 3:1, וכי L מחלקת את AC ביחס 1:3. תהי R נקודת הפגישה של BL ו CM.

א. הבע את $\vec{BR}$ בעזרת $\underline{u}$, $\underline{v}$.

ב. תהי K נקודת הפגישה של AR עם BC. הוכח כי K אמצע הקטע BC.

ג. הכלל!

הרחבה למרחב



$$\underline{m}=t\underline{v}+(1-t)\underline{w}$$

$$\underline{p}=s\underline{m}+(1-s)\underline{u}=st\underline{v}+s(1-t)\underline{w}+(1-s)\underline{u}$$

$$\boxed{\underline{p}=(1-s)\underline{u}+st\underline{v}+s(1-t)\underline{w}}$$

שימו לב: סכום המקדמים גם כאן הוא 1 !!

תרגילים לדוגמה....

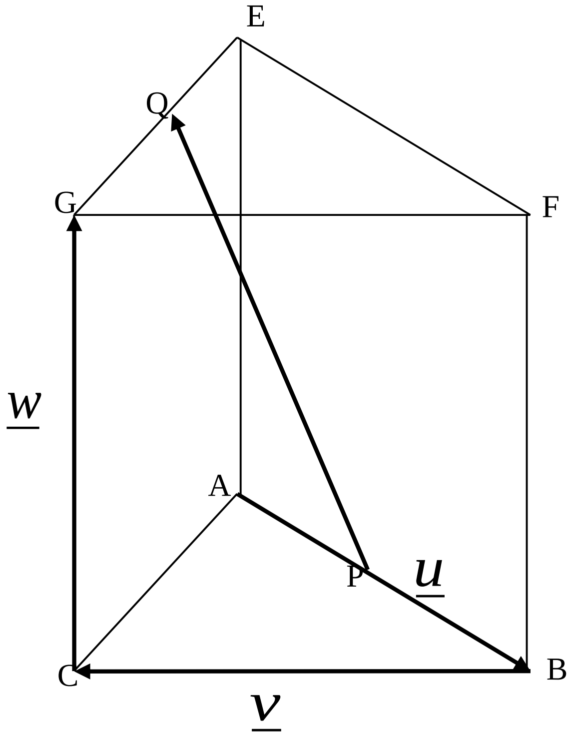
<u>תרגיל</u>

במנסרה המשולשת שבציור, P היא אמצע המקצוע AB,

Q היא אמצע המקצוע GE.

יהיו: $\overrightarrow{AB}=\underline{u} \quad \overrightarrow{BC}=\underline{v} \quad \overrightarrow{CG}=\underline{w}$

מצאו את $\overrightarrow{PQ}$



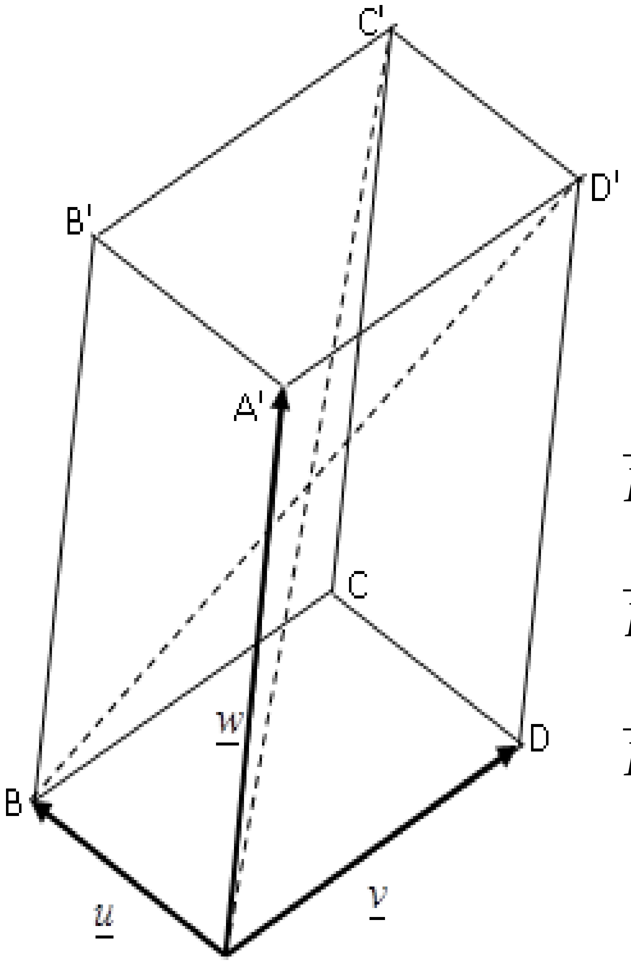
פתרון: $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EQ}=$

$$-\frac{1}{2}\underline{u}+\underline{w}+\frac{1}{2}(\underline{u}+\underline{v})=\frac{1}{2}\underline{v}+\underline{w}$$

מה המשמעות הגיאומטרית של התוצאה?

תרגיל

הוכיחו כי אלכסוני מקבילון נפגשים בנקודה אחת, החוצה כל אלכסון.



$$\overrightarrow{AC'} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w} \qquad \overrightarrow{BD'} = -\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$$

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EC'} \qquad \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FD'}$$

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$$

$$\overrightarrow{EA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = -\frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\overrightarrow{BF} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\overrightarrow{EF} = \left(-\frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}\right) + \underline{u} + \left(-\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}\right) = \underline{0}$$

מ.ש.ל.

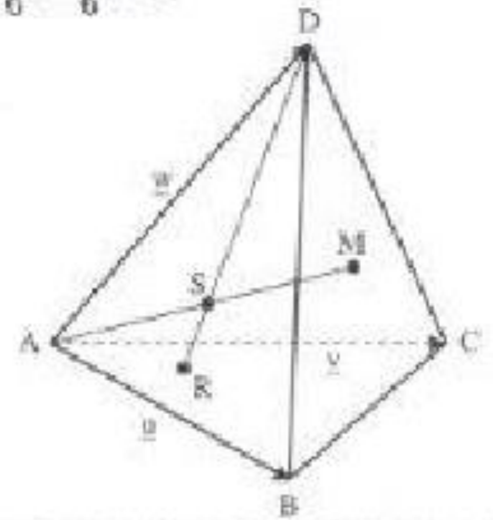
תרגיל **להגשה**

(רימון ועמיצור, עמ' 118)

41. בטטראדר ABCD מסמנים $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{w}$.

יהי M מרכז הכובד של הפאה BCD. הנקודה R נקבעת על־ידי

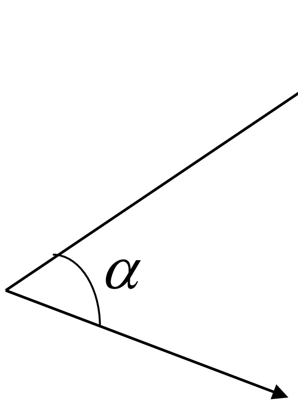
$$\overrightarrow{DR} = \frac{1}{6}\underline{u} + \frac{1}{6}\underline{v} - \underline{w}$$



א. הראה, כי הישרים DR, AM נפגשים. תהי S נקודת פגישתם; בטא את $\overrightarrow{AS}$ על־ידי $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$.

ב. באיזה יחס מחלקת S את AM ואת DR?

מכפלה סקלרית



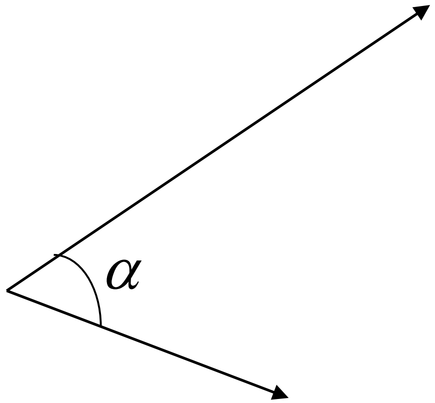
זווית בין וקטורים :

$$0^0 \le \alpha \le 180^0$$

אורך של וקטור : $|\underline{u}|$

סימון : $(\underline{u}, \underline{v})$ $\quad$ $\underline{u} \cdot \underline{v}$

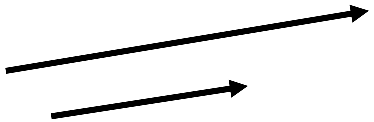
הגדרת הפעולה:



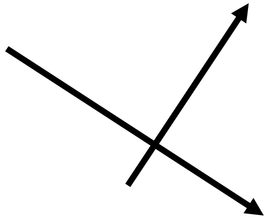
א. $\underline{u},\underline{v}\neq\underline{0}$ $\quad$ $\underline{u}\cdot\underline{v}=|\underline{u}||\underline{v}|\cos\alpha$

ב. אם $\underline{u}=\underline{0}$ או $\underline{v}=\underline{0}$ אזי: $\underline{u}\cdot\underline{v}=0$

תכונות המכפלה הסקלרית:



$$\underline{u}\cdot\underline{v}=|\underline{u}||\underline{v}| \qquad \therefore\ \underline{u}\cdot\underline{u}=|\underline{u}|^2$$



$$\underline{u}\cdot\underline{v}=|\underline{u}||\underline{v}|\cos 90^0=0 \qquad \underline{u}\perp\underline{v}$$

תכונות המכפלה הסקלרית (המשך):

חוק החילוף:

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=\underline{v}\cdot\underline{u}$$

$$\underline{u}\cdot(-\underline{v})=-\underline{u}\cdot\underline{v}=(-\underline{u})\cdot\underline{v}$$

$$(\underline{u}\cdot\underline{v})\cdot\underline{w}\neq\underline{u}\cdot(\underline{v}\cdot\underline{w})$$

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=\underline{u}\cdot\underline{w} \;\not\Longrightarrow\; \underline{v}=\underline{w}$$

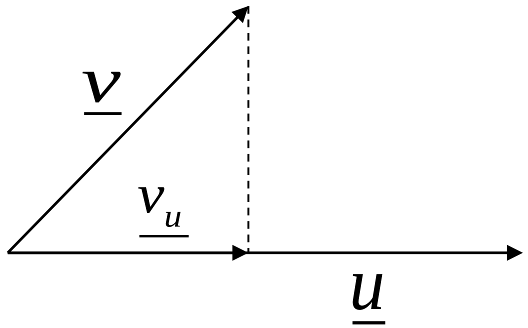
דווח לי כי לעיתים תלמידים כותבים:

$$\cancel{(\underline{u}\cdot\underline{v})^2=\underline{u}^2\cdot\underline{v}^2}$$

מה היא השגיאה??

הגדרנו פעולה חדשה בוקטורים. האם ניתן לדבר על סגירות? איבר ניטרלי?

יהיה $\underline{v_u}$ ההיטל של הוקטור $\underline{v}$ על הוקטור $\underline{u}$



$$\underline{u}\cdot\underline{v}=|\underline{u}||\underline{v}|\cos\alpha=\underline{u}\cdot\underline{v_u}$$

$$\therefore\ \underline{u}\cdot\underline{v}=\underline{u}\cdot\underline{v_u}$$

http://tube.geogebra.org/book/title/id/1047209

מכפלה סקלרית

מכפלה סקלרית של שני וקטורי יחידה עם ההיטל