חדו"א 1 לאודיסאה – 86-147 – בוחן – 4.1.24

1. (36 נק') לכל הערכים של הפרמטרים $a,b\in\mathbb{R}$ קבעו האם הפונקציה הבאה רציפה ב$x=0$:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin(ax)}{x} & x>0\\ b-a & x=0\\ (1+2x)^{\frac{1}{x}} & x<0\end{cases}$$

2. (36 נק') תהי פונקציה $f(x)$ ונביט בקבוצת ערכי ציר הy שלה $A=\{f(x)|0\le x\le 1\}$, בקטע $[0,1]$.

מצאו את החסם העליון $\sup(A)$ והוכיחו תשובתכם, עבור שתי הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\begin{cases}x & 0\le x<1\\ 0 & x=1\end{cases}$.

ב. $f(x)=\begin{cases}\cos(x)\sin\left(\frac{1}{x}\right) & 0<x\le 1\\ 0 & x=0\end{cases}$.

3. (36 נק') נביט בסדרה המוגדרת על ידי נוסחת הנסיגה $a_{n+1}=2a_n-\frac{1}{a_n}$, המקיימת כי $a_1>1$.

א. הוכיחו כי הסדרה מונוטונית עולה.

ב. חשבו את גבול הסדרה.