

תאריך הבחינה: 19/02/20

שם המרצה: ארז שיינר

שם הקורס: חדו"א 1

מס' הקורס: 130-1-0022

שנה: 2020, סמסטר: א', מועד: א'

משך הבחינה: 4 שעות _____

שעת הבחינה: 13:30 _____

כיתה: _____

חומר עזר: _____ מחשבון _____

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \sin(2x) \sin(e^x)}{1 - \cos(5x)}$ ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin(x^2)}{x + 2}$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{e^{(n^2)}}$

2. נביט בפונקציה $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$

א. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ רציפה ב $x = 0$?

ב. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ גזירה ב $x = 0$? מהי $f'(0)$ במקרים אלה?

3. נתונה הסדרה הבאה ע"י כלל הנסיגה $a_{n+1} = a_n^2 - 3a_n + 4$ ונתון כי $a_1 = \frac{3}{2}$.

א. הוכיחו כי הסדרה a_n עולה.

ב. חשבו את גבול הסדרה.

4.

א. הוכיחו כי הפונקציה $f(x) = e^x(x^2 - 2x + 2)$ מונוטונית עולה.

ב. הוכיחו שלכל $a > 0$ למשוואה $e^x(x^2 - 2x + 2) = a$ יש פתרון יחיד.

5. תהי פונקציה f המקיימת $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ וכן $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} f(x) = 0$.

א. הוכיחו/הפריכו: לפונקציה f יש נקודת מינימום.

ב. הוכיחו/הפריכו: הפונקציה f חסומה מלמטה (כלומר קיים קבוע m כך ש $f(x) \geq m$ לכל $x \in \mathbb{R}$).

ג. נתון בנוסף כי הפונקציה רציפה בכל $x \in \mathbb{R}$, הוכיחו כי היא חסומה מלמטה.