

חדו"א 1 תרגיל מספר 7 תשפ"א - גזירות

ענו על השאלות הבאות:

חלק א

1. חשבו את הגבול
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln(8x+1))^8 (e^{7x}-1)^7 (\tan(2x))^{10} (4x^3+27)}{(\tan(9x))^4 (1-\cos(5x))^{12}}$$

2. חשבו את
$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x + 3x)^{\frac{5}{x}}$$

3. חשבו את הנגזרת של הפונקציות הבאות:

(א) $\ln^4(\sin(x) + x^4)$

(ב) $\tan(2 \cdot (\ln(x) + 3))$

(ג) $\cos(x) \cdot \sin^2(4x + 3)$

4. חשבו את הנגזרת של $(5x^2 + 6)^{4x^3 - 7x^2 - x - 2}$ בנקודה $x = 2$.

5. מצאו את ערכי a, b עבורם הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} 3x + b & x < a \\ 3x^2 + 2x & x \geq a \end{cases}$$

גזירה ב $x = a$

חלק ב

1. תהיינה $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציות. הוכיחו/הפריכו:

(א) אם f, g גזירות בכל \mathbb{R} אז הפונקציה $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ גזירה בכל \mathbb{R} .

(ב) אם f גזירה 2 פעמים, כלומר, הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה גזירה אז גם $f'(x)$ גזירה 2 פעמים (גזירה בשאלה זאת פירושו גזירה בכל \mathbb{R}).

2. תהא $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה. הוכיחו/הפריכו:

(א) אם f גזירה (בכל \mathbb{R}) אז $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$ (לכל x ממשי).

(ב) אם קיים הגבול $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$ (לכל x ממשי) אז f גזירה (בכל \mathbb{R}).

בהצלחה! ☺