

תרגיל בית מספר 8
 גיאומטריה אנליטית ומספרים מרוכבים
 תיכונית 2 תשע"ח

1

שאלה 33 מתוך בגרות חורף 1982 (פעולת שורש ופעולת כפל)

הוכח כי מכפלת שורשי היחידה מסדר 5 היא 1.
 הנחיה: מותר לך להוכיח ישירות את הטענה, או להוכיח באופן כללי כי מכפלת שורשי היחידה מסדר אי זוגי כלשהו היא 1.

פתרון: $cis0^\circ, cis72^\circ, cis144^\circ, cis216^\circ, cis288^\circ$

הדרכה: שלב 1 לפתור את המשוואה $z^5 = 1$
 שלב 2 - נבצע כפל בין המספרים

2.

שאלה 29 מתוך בגרות קיץ 1994

נתונה המשוואה $z^4 = -8 - 8\sqrt{3}i$.

א. מצא את פתרונות המשוואה הנתונה.
 ב. הוכח כי החזקה השלישית של כל אחד מפתרונות המשוואה הנתונה היא מספר ממשי או מספר מדומה טהור.

פתרון: א. $2cis60^\circ, 2cis150^\circ, 2cis240^\circ, 2cis330^\circ$ ב. $-8, 8i, 8, -8i$

3.

$$\overline{z_1 + z_2 + \dots + z_n} = \overline{z_1} + \overline{z_2} + \dots + \overline{z_n}$$

4.

(28) הוכח שהמשיקים המשותפים לאליפסות $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ו- $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ יוצרים ריבוע ששטחו $2(a^2 + b^2)$.

5.

הוכח: פרט לנקודות $(a, 0)$ ו- $(-a, 0)$ אין נקודות על האליפסה שהנורמל דרכן עובר דרך אחד מהמוקדים.

6.

21. האליפסה $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ והמעגל $x^2 + y^2 = ab$ חותכים את ציר ה-x בחלקו החיובי בנקודות A ו-C בהתאמה ואת ציר ה-y בחלקו החיובי בנקודות B ו-D בהתאמה.
א. הוכח שהישר AD מקביל לישר BC.
ב. הוכח שהמשיק המשותף לאליפסה והמעגל ברביע הראשון מקביל לשני הישרים הנ"ל.
ג. נסמן ב-M ו-K את נקודות החיתוך של המשיק הנ"ל עם הצירים החיוביים.
הוכח: $AD^2 + BC^2 = MK^2$.

7.

22. P ו-Q הן נקודות על אליפסה כך ש-OQ (O הראשית) מקביל למשיק לאליפסה בנקודה P. הוכח: $OP^2 + OQ^2 = a^2 + b^2$.

8.

22) BB' הוא הציר הקטן של אליפסה. מעבירים משיק לאליפסה בנקודה כלשהי P ומשיק נוסף בנקודה B' הנחתכים בנקודה M. הוכח: $OM \parallel BP$. (O ראשית הצירים).