

83-116
תרגיל 5-פונקציות:

1. הוכיחו או הפריכו לגבי כל אחת מהבאות אם היא חז"ע, על:

- a. $f : Z \rightarrow Z \mid \forall n \in Z \quad f(n) = n^3 - n$
- b. $f : N \rightarrow N \mid \forall n \in N \quad f(n) = \begin{cases} n+1, & \text{אז } n \\ n, & \text{זוג } n \end{cases}$
- c. $f : P(A) \rightarrow P(A) \mid \forall B \in P(A) \quad f(B) = A \setminus B$. קבוצה - A

2. תנו דוגמא לפונ' $f : N \rightarrow N$ כך ש:

א. f חז"ע ולא על

ב. f על ולא חז"ע

3. הוכיחו או הפריכו אילו מהפונ' הבאות חז"ע ומיצאו את קב' התמונות שלהן:

a. $f : Z \rightarrow Z \mid \forall x \in Z \quad f(x) = 2x + 1$

b. $f : Q \rightarrow Q \mid \forall x \in Q \quad f(x) = 2x + 1$

c. $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R \mid \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \quad f(x) = \sin(x)$

↓

קטע סגור כפי שהגדרנו בכיתה

4. נתונות הפונ':

$$f, g : A = (-2, 7] \rightarrow R,$$

$$\left(\begin{array}{c} \downarrow \\ \text{קטע חצי סגור חצי פתוח כפי שהגדרנו בכיתה} \end{array} \right)$$

$$f = 2x - 4,$$

$$g = \frac{2x^2 - 8}{x + 2}$$

הראה כי $f=g$

5. נתונה הפונ': $f : R \rightarrow R \mid \forall x \in R \quad f(x) = x^2$

מצא את הקב' הבאות:

a. $f(A) \mid A = (0, 1] \cup [2, 3)$

b. $f(A) \mid A = (-2, -1) \cup (1, 2)$

6. בכל אחד מהסעיפים הבאים נתונות פונ'. קבע האם חז"ע? האם על? האם הפיכה? אם כן מצא את ההופכית.

a. $f : Z \rightarrow Z \mid \forall x \in Z \quad f(x) = 2x$

b. $f : R \rightarrow R \mid \forall x \in R \quad f(x) = 2x$

c. $f : R \rightarrow R \mid \forall x \in R \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

d. $f : R^+ \cup \{0\} \rightarrow (0,1] \mid \forall x \in R^+ \cup \{0\} \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

7. היעזר בהוכחות מהכיתה שצוינו ושהוכחת בתרגיל והוכח:

א. אם $f \circ g \circ f$ הפיכה אז f הפיכה

ב. אם $f \circ g \circ f$ הפיכה אז g הפיכה