

מבחן בקורס הכנה למתמטיקה לקראת שנת תשפ"ה

מרצה: ד"ר ארז שיינר.

תאריך: 30/09/24

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה (=)

שאלה 1: נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & x > 1 \\ |x| & -1 \leq x \leq 1 \\ x+2 & x < -1 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $f(f(x)) \geq x$

שאלה 2: מצאו את כל הפתרונות המרוכבים למשוואה $(iz^3 - 1)((1+i)z^5 + 1) = 0$

שאלה 3:

נביט במישור $x + y - z = 1$ ובישר המאונך למישור זה ועובר בנקודה $(2, 2, 0)$ ונקרא לו L_1 .
נביט במישור $x - 2y + z = 0$ ובישר המאונך למישור זה ועובר בנקודה $(2 + a, 3 - a, 2 - a)$ ונקרא לו L_2 .
נתון כי יש נקודת חיתוך בין שני הישרים L_1, L_2 , מצאו את הערך של a ומצאו את נקודת החיתוך.

שאלה 4:

הוכיחו את הטענה הבאה באינדוקציה או בכל דרך אחרת: לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים כי
$$n^3 \geq n^2 + n - 1$$

שאלה 5: פתרו את האינטגרל

$$\int x^2 e^x dx$$

שאלה 6:

הגדרה: תהי X קבוצה של קבוצות טבעיים. X נקראת סלקטיבית אם
$$\forall A \in X: A \cap \{1, 2\} \in X$$

א. נסחו תנאי השקול לכך ש X אינה סלקטיבית.
ב. קבעו והוכיחו לכל אחת מן הקבוצות הבאות אם היא סלקטיבית או לא:
$$X = \{\emptyset, \{1, 3\}\} \quad Y = \{\{1, n\} \mid n \in \mathbb{N}\} \quad Z = \{\{n\} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

שאלה 7: הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \subseteq B$ וכן $A \cap C \neq \emptyset$ אזי $C \setminus B \neq C$.
ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \subseteq B$ וכן $A \cap C \neq \emptyset$ אזי $B \setminus A \neq C$.