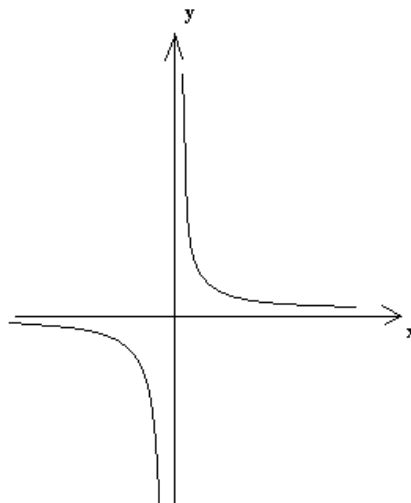


תרגיל לעבודה עצמית מספר 1

שאלה 1

הגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x}$ הוא



היעזר בגרף הנתון ושרטט את הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \frac{1}{x} + 2$. ב. $f(x) = \frac{1}{x+3} + 2$. ג. $f(x) = \frac{1}{|x|}$. ד. $f(x) = \left| \frac{1}{x+3} + 2 \right|$.

שאלה 2

נתונת הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = \cos x$. ב. $f(x) = e^x$. ג. $f(x) = e^x - e^{-x}$. ד. $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$.

עבור כל אחד מהפונקציות הנתונות קבע האם הפונקציה זוגית/אי זוגית/לא זוגית ולא אי זוגית אם הפונקציה לא זוגית ולא אי זוגית רשום אותה כסכום של פונקציה זוגית ואי זוגית.

שאלה 3

הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

- אם f, g פונקציות זוגיות אז $f \cdot g$ פונקציה זוגית.
- אם f, g פונקציות אי זוגיות אז $f \cdot g$ פונקציה אי זוגית.
- אם f, g פונקציות אי זוגיות אז $f - g$ פונקציה אי זוגית.
- אם f זוגית ו g אי זוגית אז $f \circ g$ אי זוגית.
- קיימת פונקציה שהיא גם זוגית וגם אי זוגית.

שאלה 4

מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = 2 \ln x$. ב. $f(x) = \ln x^2$. ג. $f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{x^2-4}}$. ד. $f(x) = \frac{13}{e^{2x} - 2e^x + 1}$.

הסבר את ההבדל בין הפונקציה הנתונה בסעיף א לפונקציה הנתונה בסעיף ב.

שאלה 5

א. הראה לפי הגדרת קושי ש $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{3}$

ב. הראה שלפונקציה $f(x) = \cos \frac{1}{e^x - 1}$ אין גבול בנקודה $x = 0$.

שאלה 6

חשב את הגבולות הבאים:

$$\text{א. } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x^2-6x+5} \quad \text{ב. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x} \quad \text{ג. } \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{3}{1-x^3} - \frac{2}{1-x^2} \right] \quad \text{ד. } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x$$

שאלה 7

א. תהיי $f(x) = \begin{cases} ax+2 & x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ 3x+2a & x > 1 \end{cases}$ כמו כן קיים $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. מהו a ? מהו הגבול?

ב. מצא a, b כך ש $f(x) = \begin{cases} ax+b & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ b(x+1)^2 & x > 1 \end{cases}$ תהיה רציפה בכל \mathbb{R} .

שאלה 8

תהיי f רציפה ב $[0, a]$ וכן $f(0) = f(a)$. הראה כי יש $0 \leq x \leq \frac{a}{2}$ כך ש $f(x) = f\left(x + \frac{a}{2}\right)$.

שאלה 9

מייך את נקודות אי-הרציפות של הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } f(x) = \frac{x^2}{(1+x)^4} \quad \text{ב. } f(x) = \frac{x+2}{x^3+8} \quad \text{ג. } f(x) = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}}$$

שאלה 10

הגדר את $f(1)$ כך שהפונקציה $f(x) = x^{\frac{1}{x-1}}$ תהיה רציפה בקטע $(0, \infty)$.