

# משוואות דיפרנציאליות לכלכלנים

## תרגיל בית 4

### הגשה:

**תרגיל 1** מצא ערכים עצמיים ופונקציות עצמיות בבעיות שפה הבאות:

$$\begin{array}{ll} y'' + \lambda y = 0 & y'' + \lambda y = 0 \\ y'(0) = 0, y(1) = 0 & y(0) = 0, y'(1) = 0 \\ \text{ב.} & \text{א.} \\ y'' - \lambda y = 0 & y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, y'(1) = 0 & y'(0) = 0, y'(1) = 0 \\ \text{ד.} & \text{ג.} \end{array}$$

**תרגיל 2** מצא ערכים עצמיים, פונקציות עצמיות וצורת המשוואה שמקיימת אותן. האם  $\lambda = 0$  הוא ערך עצמי?

$$\begin{array}{ll} y'' + \lambda y = 0 & y'' - \lambda y = 0 \\ y(0) = 0, y(\pi) + y'(\pi) = 0 & y(0) + y'(0) = 0, y(1) = 0 \\ \text{ב.} & \text{א.} \\ y'' + \lambda y = 0 & y'' + \lambda y = 0 \\ y(0) - y'(0) = 0, y(1) + y'(1) = 0 & y'(0) = 0, y(1) + y'(1) = 0 \\ \text{ד.} & \text{ג.} \\ y'' + \lambda y = 0 & \\ y(0) = y(2\pi), y'(0) = y'(2\pi) & \text{ה.} \end{array}$$

**תרגיל 3** פתרו את משוואת חום:  $u_t = u_{xx}$ ,  $-\infty < x < \infty$ ,  $t > 0$  עם תנאי התחלה הבאים:

$$u(x, 0) = e^{-x^2} \quad \text{ג.} \quad u(x, 0) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \quad \text{ב.} \quad u(x, 0) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & 0 < x < 1 \\ -1, & x > 1 \end{cases} \quad \text{א.}$$

**תרגיל 4** השתמשו בשיטת הפרדת משתנים כדי לפתור את משוואות חום הבאות:

$$\begin{array}{ll} u_t = 100u_{xx}, 0 < x < 1, t > 0 & \\ \begin{cases} u(0, t) = u(2, t) = 0, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin(2\pi x) - 2\sin(5\pi x), 0 \leq x \leq 1 \end{cases} & \text{א.} \\ 4u_t = u_{xx}, 0 < x < 2, t > 0 & \\ \begin{cases} u(0, t) = u(2, t) = 0, t > 0 \\ u(x, 0) = 2\sin(\pi x/2) - \sin(\pi x) + 4\sin(2\pi x), 0 \leq x \leq 2 \end{cases} & \text{ב.} \\ 3u_t = u_{xx}, 0 < x < 2, t > 0 & \\ \begin{cases} u_x(0, t) = u_x(2, t) = 0, t > 0 \\ u(x, 0) = x(2-x), 0 \leq x \leq 2 \end{cases} & \text{ג.} \end{array}$$

**בהצלחה!**