תרגיל בית 1 סדרה חשבונית

מתמטיקה תיכונית מנקודת מבט אקדמית

1

א. הוכח: אם בסדרה חשבונית מספר אי-זוגי של איברים, אז סכום האיברים שווה למכפלת האיבר האמצעי במספר האיברים שבסדרה.

ב. בסדרה חשבונית שכל איבריה חיוביים נתון: $\frac{S_k}{S_m}=\frac{k^2}{m^2}$ ($m \neq k$ מספרים טבעיים).

הוכח כי $\frac{a_k}{a_m}=\frac{2k-1}{2m-1}$.

2

המספרים x , y , z מהווים סדרה חשבונית. הוכח כי המספרים (בסדר הבא)

$x^2+y^2+xy\ ,\ x^2+z^2+xz\ ,\ y^2+z^2+yz$

מהווים סדרה חשבונית.

3

שלושה מספרים נתונים מהווים סדרה חשבונית עולה. אם נחבר את ריבועו של הראשון למכפלת שניים האחרים, נקבל 64. אם נחבר את ריבועו של השלישי למכפלת שניים הראשונים, נקבל 112. מצא את המספרים.

תשובה: $2 , 6 , 10$ או $-4\sqrt{2}\ , 2\sqrt{2}\ , 8\sqrt{2}$.

4

א. נתונה סדרה חשבונית שבה: $a_{100}=35 , a_1=2$. חשב:

$\left(a_1{}^2+a_3{}^2+a_5{}^2+\ldots+a_{99}{}^2\right)-\left(a_2{}^2+a_4{}^2+a_6{}^2+\ldots+a_{100}{}^2\right)$

5

נתונות שתי סדרות חשבוניות: $a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , \ldots$ ו- $b_1 , b_2 , b_3 , b_4 , \ldots$.

מתקיים: $a_7=b_{20} , a_3=b_8$.

א. הראה כי $a_n-b_{3n-1}=0$.

ב. הוכח כי: $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n=\frac{1}{3}\left(b_1+b_2+b_3+\ldots+b_{3n}\right)$.

6

נתונות שתי סדרות חשבוניות:

(I) $5 , 8 , 11 , 14 , 17 , 20 , 23 , 26 , 29 , \ldots$

(II) $6 , 10 , 14 , 18 , 22 , 26 , 30 , 34 , \ldots$

הוכח כי כל האיברים המשותפים לשתי הסדרות מהווים סדרה חשבונית.