

## תרגיל 10 בפונקציות מרוכבות

1. פתחו את הפונקציה

$$f(z) = \frac{1}{z^2(z-2)}$$

לטור לורך בטבעת הנתונה

(א) הטבעת  $|z-2| > 2$

(ב) הטבעת  $0 < |z-2| < 2$

2. מצאו את החלק העיקרי (דהיינו החלק עם חזקות שליליות) של טור לורך של הפונקציה

$$\frac{ze^{iz}}{(z^2+9)^2}$$

סביב הנקודה  $z_0 = 3i$

3. הראו כי אם ל  $f$  קוטב ב  $z_0$  ול  $g$  יש סינגולריות עיקרית ב  $z_0$  אז  $f+g$  יש סינגולריות עיקרית ב  $z_0$ .

4. נניח כי ל  $f$  סינגולריות מבודדת ב  $z_0$ . הוכיחו כי  $\text{Res}(f', z_0) = 0$ .

5. חשבו את האינטגרלים הבאים (המסילות מכוונות נגד כיוון השעון):

(א)  $\int_{|z|=3} \frac{z^3}{e^{\frac{1}{z^2}}} dz$

(ב)  $\int_{|z|=2} \frac{z^6}{(z-3)(z-1)^6} dz$

(ג)  $\int_{\gamma} \frac{1+z}{\sin z} dz$  כאשר  $\gamma$  הוא הריבוע שקודקדיו  $4+4i, 4-4i, -4+4i, -4-4i$

(ד)  $\int_{|z|=1} \frac{1}{z^2(e^z-1)} dz$