

03/07/16

**פתרון מבחן מסכם - 88-642 קורס תורת המשחקים**

מועד א', סמסטר ב', תשע"ו

מרצה – דר' ארז שיינר

משך המבחן – שעתיים וחצי.

חומר עזר – מחשבון פשוט בלבד

**הוראות:** יש לענות על דפי השאלון בלבד. מחברת הבחינה תשתמש לכם כטיוטה ולא תבדק.

ניתן לענות על כל השאלות, כל שאלה שווה 40 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל למטה (ל100)

שאלה 1

א. מצאו את פתרון המשחק הבא באמצעות מחיקת אסטרטגיות נשלטות חזק, כאשר שחקן 1 (השמאלי ביותר) בעל אסטרטגיות A, B, שחקן 2 בעל אסטרטגיות 1, 2, שחקן 3 בעל אסטרטגיות U, D ושחקן 4 בעל אסטרטגיות R, L.

	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">L</td> <td style="text-align: center;">R</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">U</td> <td style="text-align: center;">1,1,2,1</td> <td style="text-align: center;">-1,3,3,2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">D</td> <td style="text-align: center;">0,2,0,1</td> <td style="text-align: center;">1,2,4,2</td> </tr> </table>		L	R	U	1,1,2,1	-1,3,3,2	D	0,2,0,1	1,2,4,2	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">L</td> <td style="text-align: center;">R</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">U</td> <td style="text-align: center;">0,4,0,1</td> <td style="text-align: center;">0,2,2,2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">D</td> <td style="text-align: center;">3,-1,-1,0</td> <td style="text-align: center;">0,1,1,2</td> </tr> </table>		L	R	U	0,4,0,1	0,2,2,2	D	3,-1,-1,0	0,1,1,2	
	L	R																			
U	1,1,2,1	-1,3,3,2																			
D	0,2,0,1	1,2,4,2																			
	L	R																			
U	0,4,0,1	0,2,2,2																			
D	3,-1,-1,0	0,1,1,2																			
1																					
	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">L</td> <td style="text-align: center;">R</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">U</td> <td style="text-align: center;">-1,2,2,0</td> <td style="text-align: center;">2,4,1,1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">D</td> <td style="text-align: center;">1,1,1,0</td> <td style="text-align: center;">1,3,2,4</td> </tr> </table>		L	R	U	-1,2,2,0	2,4,1,1	D	1,1,1,0	1,3,2,4	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">L</td> <td style="text-align: center;">R</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">U</td> <td style="text-align: center;">0,2,2,1</td> <td style="text-align: center;">1,3,2,3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">D</td> <td style="text-align: center;">-2,0,1,0</td> <td style="text-align: center;">3,2,3,2</td> </tr> </table>		L	R	U	0,2,2,1	1,3,2,3	D	-2,0,1,0	3,2,3,2	
	L	R																			
U	-1,2,2,0	2,4,1,1																			
D	1,1,1,0	1,3,2,4																			
	L	R																			
U	0,2,2,1	1,3,2,3																			
D	-2,0,1,0	3,2,3,2																			
2																					
	B		A																		

רשמו את האסטרטגיות שמחקתם לפי סדר המחיקה:

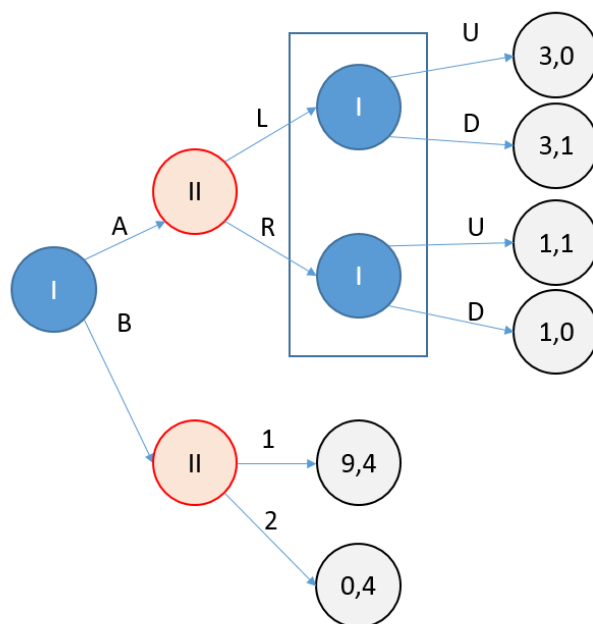
\_\_\_\_\_ 1. L \_\_\_\_\_ 2. 1 \_\_\_\_\_ 3. U \_\_\_\_\_ 4. B

רשמו את ערך המקסמין של שחקן 1 \_\_\_\_\_ -1 ואת אסטרטגיית המקסמין שלו \_\_\_\_\_ B

ב. יהיו 4 נשים ו-5 גברים, יחד עם רשימת העדפות אישיות. נניח כי קיים שידוך יציב בו אהוד אינו רווק. הוכיחו/הפריכו: ייתכן ושינוי סדר ההעדפות של אהוד (כלומר באיזה סדר הוא מעדיף את הנשים), יהפוך אותו לרווק בכל שידוך יציב.

לא ייתכן.  
 למדנו משפט לפיו שינוי סדר העדפות של רווק לא משנה את היותו רווק.  
 נניח בשלילה כי אהוד ישנה את העדפותיו ויהפוך לרווק, סימן שאם ישנה אותן חזרה יפסיק להיות רווק.  
 אך מצב זה בלתי אפשרי לפי המשפט, ולכן אהוד לא יהיה רווק ללא קשר להעדפותיו, כל עוד כל האחרים והאחרות לא ישנו את העדפותיהם.  
 דרך נוספת: כיוון שאהוד אינו רווק בשידוך יציב אחד, הוא אינו רווק בכל שידוך יציב כולל זה הנובע מאלגוריתם חיזור נשים.  
 בחיזור הנשים, האישה הראשונה שמגיעה אל אהוד עושה זאת לפי העדפותיה והעדפות הגברים האחרים בלבד.  
 לכן שינוי העדפותיו של אהוד לא ישפיע על העובדה שאישה תבקר אותו באלגוריתם חיזור נשים, ולכן הוא לא יהיה רווק.

א. רשמו את כל שיווי המשקל המשוכללים במשחק הבא AU2R, AD2L, BU1R, BD1L



ב. מצאו את המקסמין והמינימקס של המשחק. אם למשחק יש שיווי משקל, הקיפו אותו בעיגול

-1	1	-2	-3
0	0	-1	2
2	-3	-1	1

מקסמין -1 מינימקס -1

א. פונקציות התשלום של שני שחקנים במשחק אסטרטגי רציף נתונות, כאשר  $x, y \in [0, 1]$

$$U_1(x, y) = 2xy - x^2 + 1 \quad U_2(x, y) = 2x^2y - y^2 + x^2$$

מצאו את כל נקודות שיווי המשקל של המשחק או הוכיחו שלא קיימות כאלה.

ראשית נחשב את התגובות המיטביות.

אנו מקבלים שתי פרבולות בוכות, והמקסימום שלהן הוא בנקודה  $-\frac{b}{2a}$ .  
זו תהיה התגובה המיטבית, במידה והיא בטווח האסטרטגיות האפשריות.

$$BR_1(y) = y, \quad BR_2(x) = x^2$$

נקודת שיווי המשקל היא נקודה עברה מתקיים:

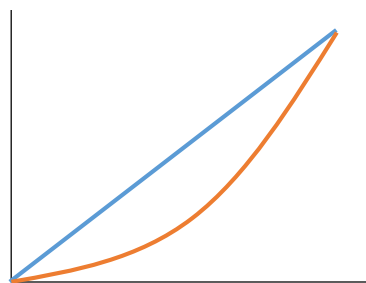
$$\begin{cases} x = BR_1(y) \\ y = BR_2(x) \end{cases}$$

כלומר

$$\begin{cases} x = y \\ y = x^2 \end{cases}$$

במקרה שלנו נקבל שתי נקודות שיווי משקל  $(0, 0), (1, 1)$

כפי שניתן גם לראות בגרף



ב. נביט במשחק מסעיף א' כמשחק בצורה רחבה בו שחקן 2 משחק ראשון, ולאחר מכן שחקן 1 מגיב. כיצד תשובתכם תשתנה?

שחקן 2 יודע שכאשר הוא יבחר באסטרטגיה  $y$  שחקן 1 יגיב בתגובה מיטבית, ושחקן 2 יקבל תשלום של

$$U_2(\text{BR}_1(y), y) = U_2(y, y) = 2y^3 - y^2 + y^2 = 2y^3$$

כמובן ששחקן 2 יבחר באסטרטגיה שתתן לו תשלום מקסימלי, ובמקרה זה קל לראות כי שחקן 2 יקבל תשלום מקסימלי אם יבחר  $y = 1$ .

לכן נקודת שיווי המשקל המשוכלל היחידה הינה  $(1,1)$ .