

לינארית 1 (88112), סמטסטר קיץ תשפ"ו, בוחן

2.8.2026, י"ט באב התשפ"ו

מרצים: אחיה בר-און, תמר בר-און, אליהו מצרי, ארז שיינר.
מתרגלים: הראל רוזנפלד, שירה ידעי, ישי זגדון, פלדמן עדן, נעה כהן, דניאל עומר.
אורך המבחן: שעה ורבע.
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.
הנחיות:

- יש לענות על כל השאלות. ישנן 3 שאלות בבוחן. כל ציון מעל 100 יעוגל ל 100.
- נמקו תשובתכם.

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות. חלקו את זמנכם בתבונה!.

תשובות יש לכתוב על גבי דפים, לסרוק ולעלות למזדה..

בהצלחה!

1. (20 נקודות כל סעיף) תהיינה $A, B \in \mathbb{F}^{m \times n}$ מטריצות.

(א) הוכיחו: ל A ו B אותה מטריצה מדורגת קנונית, אם ורק אם, קיימת מטריצה הפיכה $E \in \mathbb{F}^{m \times m}$ כך ש $EA = B$.

(ב) הוכיחו או הפריכו: אם $AA^t = BB^t$ אז $A = B$.

2. (20 נקודות כל סעיף) יהיו $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ במרחב $\mathbb{R}^3$. יהא $w = \begin{pmatrix} a \\ a^2 \\ 2 \end{pmatrix}$ התלוי בפרמטר ממשי a .

(א) לאילו ערכי a מתקיים כי $w \in \text{span}\{v_1, v_2\}$.

(ב) לאילו ערכי a מתקיים ש $W = \{w + sv_1 + tv_2 \mid s, t \in \mathbb{R}\}$ הוא תת מרחב של $\mathbb{R}^3$?

3. (20 נקודות כל סעיף) תהא $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ו $b \in \mathbb{F}^m$ וקטור שונה מאפס. נתבונן במערכת המשוואות $Ax = b$.

(א) הוכיחו: כל שתי פתרונות שונים למערכת הם בת"ל.

(ב) יהיו v_1, v_2 שתי פתרונות שונים למערכת. הוכיחו או הפריכו: $\text{span}\{v_1\} \cap \text{span}\{v_2\} = \{0\}$.