

**אנליזה 1 למורים - תרגיל 6**

**שאלה 1**

הסדרה  $\{a_n\}$  מוגדרת ע"י נוסחת הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{4} \\ a_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot a_n^2 \end{cases}$$

- א. הוכיחו באינדוקציה כי לכל  $n$  טבעי מתקיים  $0 < a_n < 1$
- ב. הוכיחו כי  $\{a_n\}$  מונוטונית יורדת
- ג. הסיקו ש-  $\{a_n\}$  מתכנסת ומצאו את הגבול שלה.

**שאלה 2**

הסדרה  $\{a_n\}$  מוגדרת ע"י נוסחת הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = \sqrt{3} \\ a_{n+1} = \sqrt{3 + a_n} \end{cases}$$

- א. הוכיחו כי  $\{a_n\}$  מונוטונית עולה
- ב. הסיקו ש-  $\{a_n\}$  מתכנסת ומצאו את הגבול שלה.

**שאלה 3**

תשתמשו בנוסחה הבאה שראינו בשיעור ומצאו את הגבולות הבאים:

תהי  $a_n$  סדרה ששואפת לאינסוף אזי:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{a_n}\right)^{a_n} = e$

א.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{n}\right)^{n+1}$

ב.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{2n}$

ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-2}{n^2-3}\right)^{4n^2-1}$