

תאריך הבחינה: 01.03.23

שם המרצה: ארז שיינר

שם הקורס: מתמטיקה בדידה

מס' הקורס: 130-1-0022

שנה: 2023, סמסטר: א', מועד: ג'

משך הבחינה: 4 שעות _____

שעת הבחינה: _____

כיתה: _____

חומר עזר: אסור _____

מבחן מועד ג' – בדידה למורים – תשפ"ג

משך המבחן: ארבע שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 01/03/23 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. נקראת מבטיחה אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R}: f(x_2) > x_1$$

א. האם $f(x) = \sin(x)$ היא מבטיחה?

ב. האם $f(x) = x$ מבטיחה?

ג. תהי $f(x)$ מבטיחה, האם בהכרח גם $-f(x)$ מבטיחה?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים כי $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים כי $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

ג. לכל שתי קבוצות A, B מתקיים כי $A \cap P(B) = \emptyset$.

3. הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל $n \geq 4$ מתקיים כי $n! > n + 1$.

4. תהיינה שתי פונקציות $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם f חח"ע וכן g הפיכה אזי $f \circ g$ הפיכה.

ב. אם $g \circ f$ הפיכה וכן $f \circ g$ הפיכה אזי f הפיכה.

ג. אם f חח"ע וכן g הפיכה אזי $f \circ g$ חח"ע.

5. בכמה דרכים ניתן לחלק 10 שקלים ל-4 ילדים כך ש:

א. ללא הגבלה.

ב. כל ילד יקבל לפחות 2 שקלים.

ג. יהיה לפחות ילד אחד שלא יקבל אף שקל.

נוסחאות הבחירה:

k מתוך n	עם סדר	בלי סדר
עם חזרה	n^k	$\binom{n-1+k}{n-1}$
בלי חזרה	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k}$