

בוחן דמה – אנליזה 1 למורים

1. (30 נק')

נביט בסדרה  $a_n$  המוגדרת על ידי כלל הנסיגה

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n^2 \\ a_1 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

הוכיחו כי הסדרה מתכנסת ומצאו את גבולה.

2. (50 נק')

חשבו את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x \sin(x))^{\frac{1}{x}}$

ב.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

ג.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1)^2 \cdot \ln(1 + 3x)}{(1 - \cos(2x)) \cdot x}$

ד.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + \sin^2(n)}$

קבעו האם הטור הבא מתכנס:

ה.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n^2}}{5^n}$

3. (40 נק')

א. תהיינה סדרות  $a_n, b_n$  כך ש  $b_n \rightarrow 0$  ובנוסף  $\frac{a_n}{b_n} \rightarrow 1$ . הוכיחו/הפריכו:  $a_n \rightarrow 0$ .

ב. תהי סדרה  $a_n$  עבורה  $|a_{n+1} - a_n| \rightarrow 0$ . הוכיחו/הפריכו:  $a_n$  מתכנסת לגבול סופי.

(רמז: הביטו בשאלת הגבולות)

ג. תהי סדרה  $a_n$  המתכנסת לגבול סופי, כך שלכל  $n$  מתקיים  $a_n > L$ . הוכיחו/הפריכו:  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n > L$