

תרגיל 20

נתון כי המספרים $\frac{1}{q+r}$, $\frac{1}{p+r}$, $\frac{1}{p+q}$ מהווים סדרה חשבונית. הוכח כי המספרים r^2 , q^2 , p^2 מהווים סדרה חשבונית.

מתמטיקה, קיץ תשע"ט, מועד ב, מס' 035581 + נספח

- 3 -

2. נתונה סדרה a_n המקיימת לכל n את הכלל: $a_{n+1} + a_n = 6n + 5$

א. הוכח כי מתקיים $a_{n+2} = a_n + c$ (c הוא מספר קבוע), ומצא את c.

ב. כתוב דוגמה לסדרה a_n המקיימת את הכלל, והיא אינה סדרה חשבונית (כתוב לפחות 4 איברים ראשונים בסדרה).

נתון כי הסדרה a_n כולה היא חשבונית.

ג. חשב את a_1 .

בנו סדרה חדשה בת $2n + 1$ איברים:

$$a_1 - 1, a_2 - 2, a_3 - 3, \dots, a_{2n+1} - (2n + 1)$$

האיבר האמצעי בסדרה החדשה הוא 43.

ד. חשב את סכום הסדרה החדשה.

מתמטיקה, קיץ תשע"ו, מס' 035806, 316 + נספח

2. נתונה סדרה חשבונית a_n המקיימת: $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$.

א. מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

הסדרה S_n היא סדרת הסכומים החלקיים של הסדרה a_n : S_1, S_2, S_3, \dots

נתון כי $S_n = n \cdot a_n$ לכל n טבעי.

ב. הראה כי הפרש הסדרה a_n הוא 0.

ג. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את a_1 .

נתונה סדרה b_n המקיימת את הכלל: $b_{n+1} - b_n = a_n + S_n$ לכל n טבעי.

ד. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את הסכום

$$(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$$

2. בסדרה חשבונית יש 3 איברים. מתמטיקה, קיץ תשע"ד, מס' 316,035806 + נספח

סכום ה האיברים האחרונים גדול פי 2 מסכום ה האיברים הקודמים להם.

א. הוכח שסכום ה האיברים הראשונים הוא 0.

ב. נתון גם שסכום האיברים החמישי והשביעי הוא 0.

סכום כל איברי הסדרה הוא 726.

מצא את הפרש הסדרה.