

תרגיל 3 – מתמטיקה לכימאים ג'

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2} \quad \text{.1.1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n^2 n!}{(5n+3)}} \quad \text{.1.2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(2n)!}{(n!)^2}} \quad \text{.1.3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n}{n!} \quad \text{.1.4}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} \quad \text{.1.5}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)^n}{n!} \quad \text{.1.6}$$

2. בדקו מונוטוניות וחסיומות של הסדרות הבאות. כשניתן, הסיקו מסקנות לגבי התכנסותן. הערה: גם כאשר סדרה היא מונוטונית החל מאיבר מסויים יש לציין זאת, על אף שאין צורך לציין את האיבר המדוייק ממנו היא מונוטונית.

$$a_n = \frac{n-1}{n} \quad \text{.2.1}$$

$$a_n = \frac{\sqrt{3n}+5}{\sqrt{2n}+1} \quad \text{.2.2}$$

$$a_n = n^5 e^{-n} \quad \text{.2.3}$$

$$a_n = -\frac{n^2+1}{n^2} + 2n \quad \text{.2.4}$$

3. הוכיחו כי הסדרות הבאות מתכנסות במובן הצר:

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \quad \text{.3.1}$$

$$a_n = \frac{12}{1} \cdot \frac{14}{4} \cdot \frac{16}{7} \cdot \frac{2n+10}{3n-2} \quad \text{.3.2}$$

$$a_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n+2} \quad \text{.3.3}$$

4. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{n^4} \quad \text{.4.1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^n a_n = 2 \text{ אם נתון ש } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + e \cdot a_2 + e^2 \cdot a_3 + \dots + e^{n-1} a_n}{e^n} \quad .4.2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} + \dots + \sqrt[n]{n}} \quad .4.3$$

בהצלחה! 😊