תורת גלואה – תרגיל 9—10

עקבה, נורמה ומשפט 90

1. תהא הרחבה ספרבילית מממד סופי ויהי .
2. יהי השיכון המושרה מן הפעולה הרגולרית של על עצמו.
   1. הבחינו כי הפולינום המינימליים שווים;
   2. הראו כי הם שווים לפולינום האופייני של ;
   3. הסיקו כי הוא מינוס המקדם השני הגבוה ביותר בפולינום , וכי הוא המקדם האחרון בפולינום , עד כדי .
3. יהי השיכון המושרה מן הפעולה הרגולרית של על עצמו.
   1. הראו כי הפולינום האופייני של הינו (הדרכה: מצאו בסיס מתאים ל- מעל , אשר ביחס אליו ל- צורת בלוקים.)
   2. הסיקו כי ,
   3. *הוכיחו כי (כאשר ) ו- (כאשר )*

*הערה: כאשר גלואה מתקיים ובדומה עבור הנורמה.*

1. (קריטריון אלברט) נניח , כאשר ו- הרחבת גלואה ציקלית מממד . נניח כי . הראו כי לאיזה . (הדרכה: כתבו כאשר , והתבוננו ב- בדומה למה שעשינו בכיתה עבור ).

שורשי יחידה ופונקציות טריגונומטריות

1. חשבו את הפולינום המינימלי של מעל .
2. יהי . נסמן .
3. הראו כי .
4. נניח כי עבור אי-זוגי (ו-). הראו כי הרחבת גלואה עם חבורת גלואה אבלית וקבעו את ממדה.

דיסקרימיננטה

1. יהי פולינום ספרבילי כאשר . נניח כי , ו- כאשר מספר השורשים הממשיים ו- מספר הזוגות (הצמודים) של שורשים מרוכבים. הוכיחו כי אם ורק אם זוגי.
2. נניח הרחבת גלואה מממד אי-זוגי. נניח הרחבה מממד 2. הוכיחו/הפריכו: גלואה.

הרחבות רדיקליות

1. הוכיחו כי הרחבה רדיקלית היא ציקלית בנוכחות שורשי יחידה (כלומר, אם אזי ציקלית).
2. הוכיחו/הפריכו:
3. אם ציקלית מממד ו- אזי רדיקלית.
4. אם ציקלית מממד ראשוני, אזי רדיקלית.