מבחן מועד ב' – חדו"א 1 להנדסה – 83112 – 20.04.26

המרצה: ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות משקל כל שאלה: 22 נק'

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2(3x)}{\sin(5x)\sin(\cos(x))\cos(\sin(x))\sin(\sin(x))}$

ב. $\lim_{x\to\infty} 2\ln(x)-\ln(x^2+1)$

ג. $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\ln(n)+n}$, כאשר $a\in\mathbb{R}$ פרמטר.

2. חשבו את הביטויים הבאים:

א.

$$\int \sin\left(\sqrt{x}\right)dx$$

ב.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\frac{k^2}{n}+2k+2n}$$

3.

א. הוכיחו כי לכל $x>0$ מתקיים כי $\ln(x)\geq\frac{x-1}{x}$

ב. חשבו את החסם התחתון

$$\inf\left\{x^{\frac{1}{x-1}}\;\middle|\; x\in\mathbb{R}\text{ וגם }x\neq 1\text{ וגם }0<x\right\}$$

4. תהי סדרה a_n כך ש $a_1=1$ וכן לכל $n\in\mathbb{N}$ מתקיים

$$a_{n+1}=\sqrt{6+a_n}$$

א. הוכיחו כי הסדרה a_n מונוטונית עולה.

ב. חשבו את $\lim a_n$.

5. תהי f פונקציה הגזירה בכל $\mathbb{R}$, כך ש $f(1)=0$ וכן $f(4)=3$.

א. הוכיחו כי קיימת נק' c עבורה $f(c^2)=c$.

ב. הוכיחו כי קיימת נק' c עבורה $f'(c)=1$.