

## גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית תשע"ו - תרגיל 6

13 באפריל 2016

1. נתונה פרמטריזציה של משטח  $r : U \rightarrow M$ . תהי  $f : A \rightarrow U$  פונקציה,  $f(x, y) = (u, v)$  כאשר  $A, U \subseteq \mathbb{R}^2$ . נגדיר פרמטריזציה חדשה:  $\tilde{r} = r \circ f$ . הביעו את  $\tilde{G}$ , המטריקה של  $\tilde{r}$ , באמצעות  $G$ , המטריקה של  $r$ .

2. מצאו נוסחה מפורשת להטלה הסטריאוגרפית.

3. תהי  $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$  עקומה פשוטה ורגולרית. נגדיר את הגליל מעל  $\gamma$  באופן הבא:

$$\Phi(a, b) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\Phi(s, u) = (\gamma^1(s), \gamma^2(s), u)$$

כאשר  $\gamma = (\gamma^1, \gamma^2)$ . הראו כי קיימות קואורדינטות על הגליל (פרמטריזציה של  $\gamma$ ), עבורן  $G = I$ .

4. ספירת היחידה מוגדרת על ידי הפרמטריזציה הבאה:

$$f(\theta, \phi) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$$

כאשר  $U = [0, \pi] \times [0, 2\pi] = (\theta, \phi) \in U$ . נתבונן בעקומה  $\gamma : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow U$  המוגדרת על ידי:  $\gamma(t) = (2t, \pi)$ .

(א) מצאו את אורך העקומה  $\gamma$ .

(ב) מצאו את אורך העקומה  $f \circ \gamma$ .

(ג) הספירה לסמי התחצפה, ולא התחצפה, וסומו ישב עליה עד שיצאה טורוס, המוגדר על ידי הפרמטריזציה:

$$r(u, v) = ((2 + \cos u) \cos v, (2 + \cos u) \sin v, \sin u)$$

חשבו את השטחים  $r(D)$ ,  $r(E)$  כאשר  $D = [0, \frac{\pi}{2}]^2$ ,  $E = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \pi]$ .