

מבני נתונים ואלגוריתמים – תרגיל 7

את התרגיל יש להגיש עד 16.1.12 באחד התרגולים.

1. סעיף ראשון: ליום הפתוח באוניברסיטה הגיעו m סטודנטים. באוניברסיטה קיימות n מחלקות. נניח שכל סטודנט מעוניין במחלקות מסוימות (אחת או יותר), וכל מחלקה מעוניינת לקבל סטודנטים מסוימים (אחד או יותר), אבל כל סטודנט יכול ללמוד במחלקה אחת לכל היותר, וכל מחלקה מעוניינת לקבל סטודנט אחד לכל היותר. נתון מערך רצון הקבלה w שבו r זוגות. אם הזוג (i,j) מופיע ב- w אז המשמעות היא שסטודנט i מעוניין ללמוד במחלקה j , ומחלקה j מעוניינת שסטודנט i ילמד אצלה. רוצים למצוא את השמת הסטודנטים למחלקות כך שמספר רב ככל האפשר של סטודנטים ילמדו באוניברסיטה. הסבר כיצד לכתוב אלגוריתם יעיל המקבל את המערך w ומוציא מערך גדול ככל האפשר w' כך שיתקיימו התנאים הבאים:
- אם הזוג (i,j) מופיע ב' w אז הוא גם מופיע ב- w' .
 - אם הזוג (i,j) מופיע ב' w אז אין זוג אחר ב' w שאיברו הראשון הוא i .
 - אם הזוג (i,j) מופיע ב' w אז אין זוג אחר ב' w שאיברו השני j .
- הסבר את נכונות האלגוריתם, ונתח את סיבוכיותו.

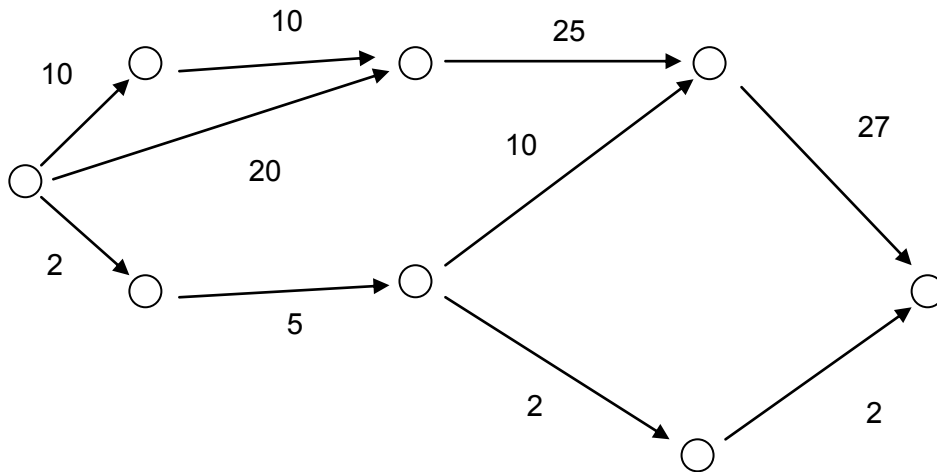
רמז: בנה גרף שבו יש צומת לכל סטודנט, צומת לכל מחלקה, צומת s , וצומת t . חשוב מהן קשתות הגרף. חשוב איזו בעיית זרימה תפתור את הבעיה כאן.

תזכורת: סיבוכיות האלגוריתם ford-fulkerson היא מספר הקשתות כפול גודל הזרימה המרבית.

סעיף שני: כעת נניח שכל מחלקה מעוניינת לקבל מספר ידוע של סטודנטים שהוא לפחות 1. כמו כן נתון מערך P באורך n השומר את מספר המקומות הפנויים בכל מחלקה. $P[j]$ מייצג את מספר המקומות הפנויים במחלקה j .

- שוב רוצים למצוא את השמת הסטודנטים למחלקות כך שמספר רב ככל האפשר של סטודנטים ילמדו באוניברסיטה. הסבר כיצד לכתוב אלגוריתם יעיל המקבל את המערך w ומוציא מערך גדול ככל האפשר w' כך שיתקיימו התנאים הבאים:
- אם הזוג (i,j) מופיע ב' w אז הוא גם מופיע ב- w' .
 - אם הזוג (i,j) מופיע ב' w אז אין זוג אחר ב' w שאיברו הראשון הוא i .
 - מספר הזוגות מהצורה (i,j) ב' w בעלי אותו j הוא לכל היותר $P[j]$.
- הסבר את נכונות האלגוריתם, ונתח את סיבוכיותו.

2. נתונה רשת זרימה $G=(V,E)$ מ l עם קיבולים שלמים. ידוע כי הקשת e^* השייכת ל E הינה הקשת היחידה בעלת קיבול שאינו כפולה של 5, וכן כי ערך הזרימה המקסימאלי אינו מתחלק מ 5 אף הוא. הוכח או הפרך: הקשת e^* רוויה בכל זרימה מקסימאלית.
3. נתון הגרף הבא. פרט את השלבים לשיפור חישוב הזרימה המקסימאלית בגרף. הוכח כי זוהי הזרימה המקסימאלית.



בהצלחה!!