

מרצה: דר' ארז שיינר
משך המבחן: שלוש שעות
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
משקל כל שאלה: 20 נק'
ענו על כל השאלות
כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^{10})e^{\sin(7x)}}{(1 - \cos(5x))^5}$ ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x^2)}{x}$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^2}{n^n}$

2.

א. חשבו את $\int \frac{2x^3 + 4x + 2}{(x^2 - 1)(x - 1)} dx$

ב. חשבו את האינטגרל הבא $\int_0^{\infty} \frac{\arctan(x)}{x^2 + 1} dx$

3.

א. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $e^x - x = 1$

ב. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $e^x = x + \frac{x^2}{2}$

4. תהי פונקציה f הגזירה בכל הממשיים.

א. נניח כי $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ הוכיחו/הפריכו $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$

ב. נניח כי $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 2$ הוכיחו כי $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

5. חשבו את הגבולות של שתי הסדרות הבאות, הנתונות על ידי כללי נסיגה:

א. $a_1 > 0$, כאשר $a_{n+1} = a_n \cdot e^{a_n}$

ב. $a_1 > 0$, כאשר $a_{n+1} = a_n \cdot e^{-a_n}$

6.

א. חשבו את גבול הסדרה $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \sqrt[n]{e^k}$

ב. הוכיחו כי לכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $|\sin(x) - x| \leq \frac{|x|^3}{6}$