

89113 אלגברה לינארית 2 למדעי המחשב - מבחן מועד א'

שאלה פתוחה

תהי $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ (כל האברים ממשיים), ותהי $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ מטריצה המקיימת: $A^2 = B$.

- הוכיחו: לא יתכן שכל אברי A ממשיים.
- רשמו את כל האפשרויות עבור הערכים העצמיים של A . נמקו.
- הוכיחו או הפריכו: כל מטריצה A כזאת היא לכסינה (מעל \mathbb{C}).
- הוכיחו או הפריכו: יש A כזאת שהיא אוניטרית.
- מצאו במפורש מטריצה A כזאת.

שאלות רב-ברירתיות (התשובה הנכונה צבועה באדום)

1. יהי $V = \mathbb{R}^3$ עם המכפלה הפנימית הרגילה, ויהי $W = \text{span} \{(1,1,0), (1,0,2)\}$ תת-מרחב של V . בתהליך גרם-שמידט על $\{(1,1,0), (1,0,2)\}$ המתחיל עם $(1,1,0)$, הווקטור השני שיתקבל יהיה כפולה של

- $(2,1,2)$
- $(0,1,-2)$
- $(1,-1,4)$
- $(2,-2,1)$

2. יהי $V = \mathbb{R}^3$ עם המכפלה הפנימית הרגילה, ויהי $W = \text{span} \{(1,1,0), (1,0,1)\}$ תת-מרחב של V . ההיטל הניצב של הווקטור $v = (1,0,0)$ על W הוא כפולה של

- $(2,1,1)$
- $(1,-1,-1)$
- $(0,1,1)$
- $(3,1,-1)$

3. אם המטריצה $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ מקיימת $\det(A+I) = \det(A-I) = 2$, אז הדטרמיננטה $\det(A)$ היא

- 0
- 1
- 2
- 4

4. (לא נכון) יהי V מרחב מ"פ, $\dim(V) \geq 2$, $u, v \in V$. אם $\|u\| = \|v\| = \|u+v\|$, אז $u = v = 0$.

5. (לא נכון) סכום של מטריצות אוניטריות הוא מטריצה אוניטרית.

6. (נכון) אם $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ניתנת לליכסון ויש לה רק ערך עצמי אחד אז היא מטריצה סקלרית.

7. (נכון) אם מטריצה $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ מקיימת $A + A^* = A^3 + 5A^2 + 6I$, אז A ניתנת לליכסון אוניטרי.

8. (לא נכון) יהי V מרחב מכפלה פנימית ויהיו U, W תת-מרחבים שלו. אזי $(U \cap W)^\perp = U^\perp \cap W^\perp$.

9. (נכון) אם $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ מטריצה צמודה לעצמה, אז המטריצה $A - iI$ הפיכה.

10. (לא נכון) אם A מטריצה ריבועית מרוכבת המקיימת $A^t = A$, אז A נורמלית.