

## 89113 אלגברה לינארית 2 למדעי המחשב - מבחן מועד א'

### שאלה פתוחה

תהי  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  (כל האברים ממשיים), ותהי  $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  מטריצה המקיימת:  $A^2 = B$ .

- הוכיחו: לא יתכן שכל אברי  $A$  ממשיים.
- רשמו את כל האפשרויות עבור הערכים העצמיים של  $A$ . נמקו.
- הוכיחו או הפריכו: כל מטריצה  $A$  כזאת היא לכסינה (מעל  $\mathbb{C}$ ).
- הוכיחו או הפריכו: יש  $A$  כזאת שהיא אוניטרית.
- מצאו במפורש מטריצה  $A$  כזאת.

### שאלות רב-ברירתיות

1. יהי  $V = \mathbb{R}^3$  עם המכפלה הפנימית הרגילה, ויהי  $W = \text{span} \{(1,1,0), (1,0,2)\}$  תת-מרחב של  $V$ . בתהליך גרם-שמידט על  $\{(1,1,0), (1,0,2)\}$  המתחיל עם  $(1,1,0)$ , הווקטור השני שיתקבל יהיה כפולה של

- $(2,1,2)$
- $(0,1,-2)$
- $(1,-1,4)$
- $(2,-2,1)$

2. יהי  $V = \mathbb{R}^3$  עם המכפלה הפנימית הרגילה, ויהי  $W = \text{span} \{(1,1,0), (1,0,1)\}$  תת-מרחב של  $V$ . ההיטל הניצב של הווקטור  $v = (1,0,0)$  על  $W$  הוא כפולה של

- $(2,1,1)$
- $(1,-1,-1)$
- $(0,1,1)$
- $(3,1,-1)$

3. אם המטריצה  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  מקיימת  $\det(A + I) = \det(A - I) = 2$ , אז הדטרמיננטה  $\det(A)$  היא

- 0
- 1
- 2
- 4

4. יהי  $V$  מרחב מכפלה פנימית,  $\dim(V) \geq 2$ ,  $u, v \in V$ , אם  $\|u\| = \|v\| = \|u + v\|$ , אז  $u = v = 0$ .

5. סכום של מטריצות אוניטריות הוא מטריצה אוניטרית.

6. אם  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  ניתנת לליכסון ויש לה רק ערך עצמי אחד אז היא מטריצה סקלרית.

7. אם מטריצה  $A$  מקיימת  $A + A^* = A^3 + 5A^2 + 6I$ , אז  $A$  ניתנת לליכסון אוניטרי.

8. יהי  $V$  מרחב מכפלה פנימית ויהיו  $W, U$  תתי-מרחבים שלו. אזי  $(U \cap W)^\perp = U^\perp \cap W^\perp$ .

9. אם  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  מטריצה צמודה לעצמה, אז המטריצה  $A - iI$  הפיכה.

10. אם  $A$  מטריצה ריבועית מרוכבת המקיימת  $A^t = A$ , אז  $A$  נורמלית.