

מרצה: אריה אברון-הוברמן. מתרגל: אחמד סולימן

ענה על 4 שאלות מתוך 6. כל חומר עזר מותר בשימוש. לרשותך שלש שעות.

(1) נתונה פרבולה $y^2 = 2px$. מוקד הפרבולה בנקודה F. דרך נקודה Q כלשהי על

הפרבולה מעבירים שני ישרים: אחד מקביל לציר x והשני ישר QF.

הוכח: חוצה הזווית בין שני ישרים אלו מאונך למשיק לפרבולה בנקודה Q.

(2) מנקודה P שעל האליפסה $a^2b^2 = b^2x^2 + a^2y^2$ מורידים אנך לציר x החותך אותו

בנקודה N. דרך N מעבירים ישר L_1 המקביל ל PO (O ראשית הצירים). דרך P

מעבירים ישר L_2 המקביל לציר x.

מצא את משוואת המקום הגיאומטרי של מפגש הישרים L_1 ו L_2 .

(3) \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} הם שלושה וקטורים היוצאים מראשית הצירים. דרך 3 קצות הווקטורים

מעבירים מישור ועליו נקודה P.

הוכח כי $\overrightarrow{OP} = \alpha\underline{u} + \beta\underline{v} + \gamma\underline{w}$ כאשר $\alpha + \beta + \gamma = 1$

(4) בפירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע ABCD הזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות

היא α וזווית הראש של פאה צדדית היא β .

הוכח: $\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} = \sin 45^\circ$

(5) (א) פתור את המשוואה $Z^6 + 2Z^3 + 5 = 0$

(ב) חשב את סכום ששת הפתרונות ואת מכפלתם.

(6) במקבילית ABCD, $\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BQ} = \beta\overrightarrow{BC}$. הקטעים AQ ו DP נפגשים

בנקודה M.

הבע את היחס DM/DP באמצעות α ו β .

ב ה צ ל ח ה !

בס"ד. יוני 2014 אוניברסיטת בר אילן, רמת גן.

קורס: מבט מתקדם על מתמטיקה תיכונית 2 מרצה: אריה אברון-הוברמן מתרגל: ארז שיינר
 ענו על 4 שאלות. לרשותכם 3 שעות. כל חומר עזר מותר בשימוש. בהצלחה!

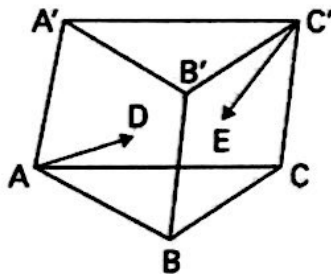
(1) מנקודה P שעל ההיפרבולה $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ מורידים אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה N. דרך N מעבירים ישר L_1 המקביל ל-OP (O הראשית). דרך P מעבירים ישר L_2 המקביל לציר ה-x. מצאו את המקום הגיאומטרי של מפגש הישרים L_1 ו- L_2 .

(2) נתון המישור $\pi: 2x + 3y - 4z + 12 = 0$

ונתונות שתי הנקודות: $A = (k, k + 3, 4)$

$B = (3k, 2k - 1, k + 1)$ (k הוא פרמטר).

- א. עבור איזה ערך של k הישר AB מקביל למישור π ואינו מוכל בו?
- ב. הראו כי הישר $\ell: \underline{x} = (0, 0, 3) + r(1, 2, 2)$ נמצא במישור π .
- ג. עבור הערך של k שמצאתם בסעיף א', מצאו את המרחק בין הישר AB לישר ℓ . נמקו את הדרך פתרונכם.



(3) במנסרה ABCA'B'C' הנקודה D מקיימת

$$\overline{AD} = \frac{1}{4}\overline{AB} + t\overline{AC} + t\overline{AA'}$$

$$\overline{C'E} = \frac{1}{4}\overline{C'A'} + t\overline{C'B'} + \frac{1}{8}\overline{C'C}$$

נסמן: $\overline{AA'} = \underline{w}$, $\overline{AC} = \underline{v}$, $\overline{AB} = \underline{u}$

- א. הביאו את \overline{DE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו-t.
- ב. חשבו את t ומצאו את הוקטור \overline{DE} אם נתון ש-DE מקביל למישור: (1) ABC, (2) ABA', (3) ACA', (4) BCB'.

(4) z_1, z_2, z_3, z_4 ו- z_5 הם פתרונות המשוואה $z^5 = -16\sqrt{3} - 16i$.

- א. מצאו את פתרונות המשוואה.
- ב. נמצא ברביע הראשון, ברביע השני, ברביע הרביעי.

נסמן: $\frac{z_5}{z_2} = A$, $z_1^3 = B$

- ℓ הוא הישר העובר דרך ראשית הצירים ודרך הנקודה A.
- p הוא הישר העובר דרך ראשית הצירים ודרך הנקודה B.
- מצאו את גודל הזווית שבין הישר ℓ לישר p .

(5) בקוביה ABCDA'B'C'D' הנקודות U, T, S, R הן אמצעי המקצועות AB, BC, CD ו-DA, בהתאמה.

- חיברו את הקדקוד A' לנקודות U, T, S, R. מצאו בפירמידה שנוצרה:
 - א. את הזווית בין הפאה A'ST לבסיס RSTU.
 - ב. את הזווית בין המקצוע A'R לבסיס RSTU.

88-609-01

ועדת המשמעת מזהירה!
נבחן המעביר חומר עזר לרעה
או רמז מילולי ייענש בחומרה

7 אוניברסיטת בר אילן תמוז תשע"ז אוג' 7

מבחן בתיכונת 2 מועד ב'

מרצה: אריה אברון-הוברמן. מתרגל: אחמד סולימן

ענה על 4 שאלות מתוך 6 כל חומר עזר מותר בשימוש. לרשותך שלש שעות.

(1 נתונה פרבולה $y^2 = 2px$ מוקד הפרבולה בנקודה F. דרך נקודה Q כלשהי על

הפרבולה מעבירים שני ישרים: אחד מקביל לציר x והשני ישר QF

הוכח: חוצה הזווית בין שני ישרים אלו מאונך למשיק לפרבולה בנקודה Q

(2 מנקודה P שעל האליפסה $a^2b^2 = b^2x^2 + a^2y^2$ מורידים אנך לציר x החותך אותו

בנקודה N. דרך N מעבירים ישר L_1 המקביל ל PO (O ראשית הצירים). דרך P

מעבירים ישר L_2 המקביל לציר x

מצא את משוואת המקום הגיאומטרי של מפגש הישרים L_1 ו L_2

(3 w, v, u הם שלושה וקטורים היוצאים מראשית הצירים. דרך 3 קצות הווקטורים

מעבירים מישור ועליו נקודה P

הוכח כי $\overrightarrow{OP} = \alpha w + \beta v + \gamma u$ כאשר $\alpha + \beta + \gamma = 1$

(4 בפירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע ABCD הזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות

היא α וזווית הראש של פאה צדדית היא β .

הוכח: $\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} = \sin 45^\circ$

(5 (א) פתור את המשוואה $Z^6 + 2Z^3 + 5 = 0$

(ב) חשב את סכום ששת הפתרונות ואת מכפלתם.

(6 במקבילית ABCD, $\overrightarrow{AP} = \alpha \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BQ} = \beta \overrightarrow{BC}$. הקטעים AQ ו DP נפגשים

בנקודה M

הבע את היחס DM/DP באמצעות α ו β .

ב ה צ ל ח ה !

בס"ד. אוגוסט 2014 אוניברסיטת בר אילן, רמת גן.

קורס: מבט מתקדם על מתמטיקה תיכונית 2 מועד: ב' מרצה: אריה אברון-הוברמן
מתרגל: ארז שיינר

ענו על 4 שאלות. לרשותכם 3 שעות. כל חומר עזר מותר בשימוש. בהצלחה!

1. AB הוא משיק למעגל ו-AD מיתר במעגל.

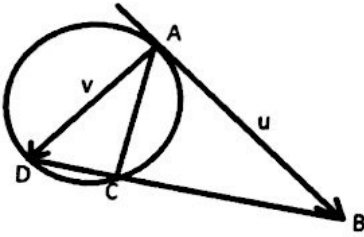
$$\text{נסמן: } \overline{AD} = v, \overline{AB} = u$$

$$\text{נתון: } \overline{BC} = t\overline{BD}, |u| = 3, \angle CAB = 53.13^\circ$$

א. מצאו את הערך של t , שעבורו המיתר AD עובר דרך

מרכז המעגל.

ב. חשבו את רדיוס המעגל.



2. בתיבה ABCD'A'B'C'D' נסמן: $\overline{AB} = u, \overline{AD} = v, \overline{AA'} = w$. נפח התיבה הוא $\sqrt{15}$. הוקטור

$$\overline{AX} = u + \frac{1}{3}v + \frac{1}{5}w$$

מצאו את $|u|, |v|, |w|$.

3.

א. בפירמידה ישרה SABCD, שבסיסה ריבוע ABCD וראשה S, הזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות היא 2α והזווית בין מקצוע צדדי למקצוע הבסיס (הנפגשים בקדקוד הבסיס) היא β .

$$\text{הוכיחו כי: } \sin(\alpha) \sin(\beta) = \sin(45^\circ)$$

ב. בסיס הפירמידה הישרה SABC (ראש הפירמידה) הוא משולש שווה – שוקיים

ABC, שבו $AB = AC = b$, ו- $\angle BAC = \alpha$. כל המקצועות הצדיים של הפירמידה

יוצרים זווית β .

הביעו את נפח הפירמידה באמצעות b , α ו- β .

4.

א. הוכיחו: אם מנקודה $A(t, s)$, הנמצאת מחוץ לפרבולה $y^2 = 2px$, יוצאים שני משיקים אליה, הרי משוואת הישר, המחבר את נקודות המגע של משיקים אלה עם הפרבולה, היא $y \cdot s = p(x + t)$.

ב. תהא B נקודה על מדריך הפרבולה $y^2 = 2px$; נעביר דרך נקודה B משיקים לפרבולה זו ונסמן את נקודות המגע של משיקים אלה באתיות C ו-D. הוכיחו, בהסתמך על המשפט שנתבקשתם להוכיחו בסעיף א' (או בדרך אחרת), כי הישר CD עובר דרך מוקד הפרבולה $y^2 = 2px$.

5. נתון $|z_1| = |z_2| = 1$. הוכיחו:

א. $\frac{z_1 + z_2}{1 - z_1 z_2}$ הוא מספר מדומה

ב. $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$ הוא מספר ממשי