

קורס: 88-231-01
מרצה: ש. הורוביץ
י"ג אב תשס"ח

מבחן בפונקציות מרוכבות מועד א

ענו על כל השאלות הבאות. ניקוד כל שאלה 18 נקודות. כל חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט. משך הבחינה שעתיים וחצי.

1. מצאו את כל האפסים של $z^4 + 4z^3 + 6z^2 + 4z + i$ ב- \mathbb{C} .
הדרכה: $z^4 + 4z^3 + 6z^2 + 4z + 1 = (z+1)^4$.

2. נניח ש- $u: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ הרמונית וגם u^2 הרמונית. הוכיחו ש- u פונקציה קבועה.
הדרכה: לגזור ע"י כלל השרשרת.

3. חשבו: $\int_{\gamma} (z + \frac{1}{z}) dz$ כאשר γ היא המסילה הנתונה ע"י.
 $z(t) = \sin 2t + i(4 \cos t + 2t): 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

4. חשבו את האינטגרל $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$ והצדיקו את תשובתכם.

5. מצאו את החלק העיקרי של טור לורן של הפונקציה $f(z) = \frac{ze^{iz}}{(z^2 + 9)^2}$ סביב הנקודה $z_0 = 3i$.

6. קבעו כמה אפסים כולל ריבוי יש לפונקציה $\frac{4z^3 - e^z}{z+2} \sin z$ בתוך עיגול היחידה $\{z: |z| < 1\}$ והצדיקו את תשובתכם

בהצלחה!

