

מבחן מועד א' – מבוא לאנליזה 1 למורים – 88-611 – 25/01/22

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1+x) \sin(x) \ln(1+x)}{1 - \cos(x)}$ ב. $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} \frac{\sqrt{x^4 + x^3 + 1} - x^2}{x+1}$ ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n^2 n!}$

2. נביט בפונקציה $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \sin(x) - 1}{ax^2} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$

א. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ רציפה ב $x = 0$?

ב. לאילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ גזירה ב $x = 0$? מהי $f'(0)$ במקרים אלה?

3. תהי סדרה המקיימת את כלל הנסיגה $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$ לכל n , וכן $a_1 = 16$.

א. הוכיחו כי הסדרה a_n יורדת.

ב. חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

4. יהי $a \in \mathbb{R}$ ונביט בפונקציה $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + a$.

א. האם יש ערך של a עבורו לכל $x_1 < x_2$ מתקיים כי $f(x_1) < f(x_2)$? אם כן מצאו כזה, אחרת הוכיחו שלא קיים.

ב. מצאו ערך של a עבורו למשוואה $f(x) = 0$ יש בדיוק שני פתרונות, או הוכיחו שלא קיים כזה.

5. תהי f הגזירה לכל $x > 0$, המקיימת כי $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$.

א. הוכיחו או הפריכו: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \neq \infty$.

ב. הוכיחו או הפריכו: $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x)) = 0$.