

תאריך הבחינה: 15.02.23

שם המרצה: ארז שיינר

שם הקורס: מתמטיקה בדידה

מס' הקורס: 130-1-0022

שנה: 2023, סמסטר: א', מועד: ב'

משך הבחינה: 4 שעות _____

שעת הבחינה: _____

כיתה: _____

חומר עזר: אסור _____

מבחן מועד ב' – בדידה למורים – תשפ"ג

משך המבחן: ארבע שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 15/02/23 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. נקראת גבוהה אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R}: f(x_2) > f(x_1) + 1$$

א. האם $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ היא גבוהה?

ב. האם $f(x) = -x$ גבוהה?

ג. האם $f(x) = x$ גבוהה?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup C$.

ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $A \cup (B \cap C) \subseteq (A \cap B) \cap C$.

ג. לכל שתי קבוצות A, B מתקיים $(A \setminus B) \cap B = \emptyset$.

3. הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל $n \geq 1$ מתקיים $3^n > n^2$.

4. תהייה שתי פונקציות $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם f חח"ע וכן $f \circ f$ חח"ע אזי f הפיכה.

ב. אם $g \circ f$ על וכן $g \circ f$ על אזי $g \circ f$ הפיכה.

ג. אם f חח"ע וכן $g \circ f$ הפיכה אזי f הפיכה.

5. בכמה דרכים ניתן לחלק 10 שקלים ל-4 ילדים כך ש:

א. ללא הגבלה.

ב. כל ילד יקבל לפחות שקל אחד.

ג. אף ילד לא יקבל את כל 10 השקלים.

נוסחאות הבחירה:

k מתוך n	עם סדר	בלי סדר
עם חזרה	n^k	$\binom{n-1+k}{n-1}$
בלי חזרה	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k}$