

אוניברסיטת בר אילן,
המחלקה למתמטיקה.



מבחן בקורס: משוואות דיפרנציאליות 88-625-01

ד"ר יעקב קרסנוב, ד"ר גרגורי אושרוביץ'
סמסטר א', מועד ב' תשע"ג

כ"ח באדר תשע"ג, 10.03.2013

משך הבחינה: שעתיים וחצי

חומר עזר מותר ללא הגבלה אך השימוש במחשב נייד/טאבלט כחומר עזר אסור בהחלט.

יש לענות בפירוט על 5 מתוך 6 השאלות.
אם פתרתם את כל השאלות – נא לציין 5 שאלות לבדיקה, אחרת תיבדקנה 5 הראשונות.
כל השאלות שוות-משקל. נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרונות.

- נתונה משוואה דיפרנציאלית $xy' = (x^2 - y^2)y$
 - (15 נק') מצאו את הפתרון הכללי של המשוואה.
 - (5 נק') לאיזו משפחת משוואות דיפרנציאליות שייכת המשוואה? מהו סדר של המשוואה?
- נתונה משוואה דיפרנציאלית $3x^2y^2dx + 4(x^3y - 3)dy = 0$
 - (5 נק') בדקו שהמשוואה איננה משוואה מדויקת.
 - (15 נק') מצאו את הפתרון הפרטי של המשוואה אם נתון $y(1) = 1$. האם הפתרון הוא יחיד?
- רשמו את התבנית של הפתרון הפרטי של המשוואה (אין צורך לחשב את המקדמים הלא מסוימים של הפתרון הפרטי): $\frac{d^3y}{dx^3} - 6\frac{d^2y}{dx^2} + 9\frac{dy}{dx} = 2x \cos(3x) - (2x - 4)e^{3x} + \sin(3x) + 12x - 3e^{3x} \cos(3x)$
- מצאו את הפתרון הכללי של מערכת משוואות דיפרנציאליות:

$$\begin{cases} x' = 3x + 2y + e^t + e^{5t} \\ y' = x + 2y - e^t \end{cases}$$
- נתונה המשוואה הדיפרנציאלית $y'' + (x-1)y' - y = 0$
 - (15 נק') פתרו את המשוואה בעזרת טור חזקות סביב $x_0 = 0$. רשמו את נוסחת נסיגה ואת ארבעה איברים ראשונים של הטור.
 - (5 נק') כתבו את הפתרון כסכום של שני פתרונות בלתי תלויים.

$$\begin{cases} u_t - 3u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi/2, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = 1 + 2\cos(2x), & 0 \leq x \leq \pi/2 \\ u_x(0, t) = 0, & t \geq 0 \\ u_x(\pi/2, t) = 0, & t \geq 0 \end{cases} \quad \text{6. פתרו את בעיית החום הבאה:}$$

בהצלחה!