

גיאומטריה פרויקטיבית – תרגיל 2

1. יהי R שדה המספרים הממשיים ו $R^* = R - \{0\}$.

תהי $G = (R^*, \cdot)$ ו- $X = R^2 - \{(0,0)\}$ ונגדיר:

$$\forall (g, (x, y)) \in R^* \times X \quad g * (x, y) = (g \cdot x, g \cdot y)$$

א. היזכרו מקורס באלגברה מופשטת מהי פעולה על קבוצה והראו ש $*$ מגדיר פעולה של החבורה G על הקבוצה X .

הערה: מרחב המנה של הפעולה נקרא RP^1 .

ב. יהי F שדה סופי בעל p איברים, יהי $F^* = F - \{0\}$ ונגדיר:

$$\forall (a, (x, y)) \in F^* \times (F^2 - \{(0,0)\}) \quad (a, (x, y)) \mapsto (ax, ay) \in F^2 - \{(0,0)\}$$

הראו שבכך הגדרנו פעולה של החבורה F^* על $F^2 - (0,0)$.

ג. יהי FP^1 מרחב המנה $FP^1 = (F^2 - (0,0)) / F^*$. כמה איברים יש בו?

תזכורת: מרחב המנה הוא אוסף המסלולים של הפעולה.

ד. באותו אופן נגדיר את מרחב המנה $FP^n = (F^{n+1} - (0, \dots, 0)) / F^*$. כמה איברים יש בו?

2. ע"פ משפט דורג שני משולשים $ABC, A'B'C'$ הם בפרספקטיבה מישר \Leftrightarrow הם בפרספקטיבה מנקודה.

קבעו האם המקרים הבאים יכולים להתרחש ושרטטו שרטוט מתאים למקרים שכן אשר ימחישו את משפט דורג:

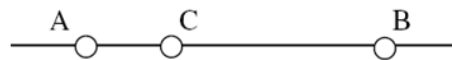
א. $AB \parallel A'B'$ ואין זוג מקביל נוסף.

ב. $AB \parallel A'B' \wedge AC \parallel A'C'$ ואין זוג מקביל נוסף.

ג. $AB \parallel A'B' \wedge AC \parallel A'C' \wedge BC \parallel B'C'$

3. בנו נקודה D על הקווים הבאים כך שרביעיית הנקודות A, B, C, D תהיה הרמונית. (העתיקו את הקו לדף והשלימו אותו).

א.



ב.



4. א. יהיו A, B, C נק' שונות על ישר אחד, ונגדיר $D = C$. חשבו את היחס הכפול

$$R(A, D; C, B)$$

ב. כעת נניח כי $AB = 4, AC = -3, CD = -2$, חשבו את היחס הכפול $R(A, D; C, B)$.

5. יהיו A, B שתי נקודות שונות ותהי M נקודת האמצע של הקטע AB מהי הנקודה D כך

שהרביעיית A, B, M, D תהיה הרמונית?