

מבחן מועד ג' בקורס הכנה למתמטיקה לקראת שנת תשפ"ה

תאריך: 14/10/24

מרצה: ד"ר ארז שיינר.

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה (=)

שאלה 1: נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 0 \\ 1 - x^2 & x < 0 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $|f(x)| \geq x - 2$

שאלה 2: מצאו את כל הפתרונות המרוכבים למשוואה $z^7 = \operatorname{cis}(\pi) + \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{2}\right)$

שאלה 3:

יהי מישור ויהי ישר L_1 כך שהוא מאונך למישור וחותך אותו בנקודה $(1,1,1)$.
עוד נתון כי L_1 עובר בנקודה $(1, -1, 2)$.
מצאו את משוואת המישור.

שאלה 4:

הוכיחו את הטענה הבאה באינדוקציה או בכל דרך אחרת: לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים כי

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \geq 1 + \frac{n}{2}$$

שאלה 5: פתרו את האינטגרל

$$\int \frac{\cos(\ln(x))}{x} dx$$

שאלה 6:

הגדרה: תהי X קבוצה של מספרים ממשיים. X נקראת שאפתנית אם

$$\forall a \in X \exists b \in X: a < b$$

א. נסחו תנאי השקול לכך ש X אינה שאפתנית.

ב. קבעו והוכיחו לכל אחת מן הקבוצות הבאות אם היא שאפתנית או לא:

$$Z = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$$

$$Y = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 0\}$$

$$X = \mathbb{N}$$

שאלה 7: הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ אזי $A \setminus B \neq C$.

ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ אזי $C \setminus (B \setminus A) \neq C$.