

לינארית 2 - מבחן לדוגמא

מרצה: תמר בר־און.
מתרגל: אחיה בר־און.
עליכם לענות על כל השאלות.
משקל כל שאלה 27 נקודות.
משך המבחן: 3 שעות
בהצלחה!

1. עבור אילו ערכי $a \in \mathbb{R}$ המטריצה $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ אינה לכסינה

(א) מעל \mathbb{R}

(ב) מעל \mathbb{C}

2. יהי \mathbb{R}^4 עם המ"פ הסטנדרטית.

(א) מצאו בסיס או"נ ל $W = \text{span}\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$

(ב) מצאו את ההיטל של $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ על W .

3. אין קשר בין הסעיפים.

(א) יהי $J_n(0)$ בלוק ג'ורדן מגודל $n \times n$ עבור $n > 1$ עם ע"ע 0. הוכיחו שלא קיימת מטריצה $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ כך ש $A^2 = J_n(0)$.

(ב) תהי $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצה אנטי־סימטרית, ונניח שיש מטריצה סימטרית $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ כך ש $AB = 0$. הוכיחו ש $A = 0$.

4. אין קשר בין הסעיפים.

(א) תהי $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ מטריצה אנטי־סימטרית. הוכיחו שכל הע"ע של A הם מדומים טהורים.

(ב) יהי V ממ"פ ו $T : V \rightarrow V$ אופרטור נורמלי והפיד. הוכיחו/הפריכו: T^{-1} נורמלית.