

## תרגיל 2 - אנליזה הרמונית

31 באוקטובר 2018

1. יהי  $C[-1, 1]$  מרחב הפונקציות הרציפות  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{C}$  עם המכפלה הפנימית  $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x) \overline{g(x)} dx$ .
- (א) הראו שהקבוצה  $p_0(x) = 1, p_1(x) = x, p_2(x) = 1 - 3x^2$  הוכיחו שהקבוצה היא אורתוגונלית ב  $C[-1, 1]$ .
- (ב) מצאו קבועים  $a, b, c$  כך שהפונקציה  $p_3(x) = a + bx + cx^2 + x^3$  תהיה אורתוגונלית לכל אחת מן הפונקציות בסעיף א'.
2. יהי  $W$  תת־מרחב של  $C[-1, 1]$ , הנפרש על ידי  $\{1, \cos \pi x, \sin \pi x\}$ . מצאו את ההיטל של  $f(x) = \left| \sin \frac{\pi x}{2} \right|$  ב- $W$ .
3. יהי  $P_2$  מרחב הפולינומים הממשיים ממעלה קטננה או שווה ל 2. לכל  $f, g \in P_2$  נגדיר

$$\langle f, g \rangle = \int_0^\infty f(x) g(x) e^{-x} dx$$

- (א) הוכח שזוהי מכפלה פנימית על  $P_2$ .
- (ב) הראו שהקבוצה  $\{1, 1 - x, 1 - 2x + \frac{1}{2}x^2\}$  היא מערכת אורתונורמלית ביחס למכפלה פנימית זו.