

מבחן לדוגמא – מבוא לאנליזה 2 למורים – 88-612-01

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

שאלה ראשונה: חישוב אינטגרלים – לא מסוים או מסויים (כולל מציאת שטח או אורך עקומה).

1. חשבו את:

א. $\int x^2 \ln(x^2 + x + 1) dx$

ב. השטח הכלוא בין הפונקציות x, \sqrt{x} בקטע $[0, 2]$

שאלות שתיים עד ארבע: מציאת אסימפטוטות, קביעה אם אינטגרל אמיתי מתכנס או לא, שימוש בנוסחת ניוטון לייבניץ (למשל חישוב גבולות או חקירה), חישוב גבול באמצעות סכום רימן, מציאת טור חזקות/טיילור/מקלורן, מציאת רדיוס התכנסות, קירוב מספר עד כדי שגיאה נתונה, חישוב נגזרות גבוהות.

2.

א. מצאו את כל האסימפטוטות (אנכיות ו/או משופעות) של הפונקציה $\frac{x \cdot \arctan(x)}{\ln(1+x^4)}$

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס $\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln^2(x)} dx$

3.

א. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_1^{\ln(x)} \frac{1}{t} dt}{\ln(x)}$

ב. חשבו את גבול הסדרה $a_n = \frac{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}{n^4}$

4.

א. חשבו את $\int_0^1 e^{(x^3)} dx$ עד כדי שגיאה של $h = 0.01$

ב. מצאו את $f^{(57)}(0)$ עבור $f(x) = e^{(x^3)}$

שאלה חמישית: שאלה תאורטית על נושא כלשהו מהקורס.

5. יהיו שני טורי חזקות $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ עם רדיוסי התכנסות r_1, r_2

א. הוכיחו/הפריכו: רדיוס ההתכנסות של $\sum_{n=0}^{\infty} (a_n + b_n) x^n$ הוא $\min\{r_1, r_2\}$

ב. נתון כי $r_1 \neq r_2$. הוכיחו את הטענה בסעיף א'