

# תרגיל 1 – לינארית

1. חשבו את המספרים המרוכבים הבאים:

$$1.1. \frac{10-3i}{7-4i} - \frac{10-3i}{2i}$$

$$1.2. \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{-25}$$

$$1.3. \left(\frac{5}{2+i}\right)^6$$

2. פתרו את המשוואות הבאות ומצאו את המספר המרוכב  $z$ :

$$2.1. \frac{z-1}{1-i} = \frac{2iz+1}{1+i}$$

$$2.2. \frac{1-i}{2+i} = \frac{8-2z}{(1+i)z-2}$$

$$2.3. \overline{iz} + 2z = -1 - 2i$$

$$2.4. \overline{z\bar{z}} + z^2 = 2 + z - \bar{z}$$

3.

3.1. הוכיחו כי לכל  $z, z_1, z_2$  מרוכבים מתקיים:

$$3.1.1. |z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$$

$$3.1.2. \overline{z\bar{z}} = |z|^2$$

3.2. נתון כי  $z = re^{i\theta} \neq 0$ . מצאו את ההצגה הקוטבית של המספרים הבאים:

$$3.2.1. |z|$$

$$3.2.2. \bar{z}$$

4. פתרו את המשוואות הבאות:

$$4.1. z^6 = 1$$

$$4.2. z^4 = \sqrt{3} + i$$

$$4.3. z^5 - 2 + 2i = 0$$

5. יהי  $z$  מספר מרוכב כך ש  $|z| = 1$ . הוכיחו כי  $|iz - \bar{z}| \leq 2$ .

6. נתון  $|z_1| = |z_2| = 1$ . הוכיחו כי:

6.1. הוא מספר מדומה (כלומר, החלק הממשי שלו שווה לאפס), בהנחה ש  $\frac{z_1 + z_2}{1 - z_1 z_2}$

$$1 - z_1 z_2 \neq 0$$

6.2. הוא מספר ממשי, בהנחה ש  $1 + z_1 z_2 \neq 0$ .

בהצלחה! 😊