תרגיל בית 12 – טופולוגיה 2014

**שאלה 1**

1. נגדיר יחס שקילות על : . הוכיחו כי  הומיאומורפי ל- .
רמז: מצאו את ההעתקה ההפוכה ל -  מ-  ל - .
2. נגדיר יחס שקילות על : . לְמה הומיאומורפי ?

**שאלה 2**

יהי  מרחב המנה של  המתקבל מיחס השקילות הבא:

. הראו ש- הומיאומורפי ל-.

**שאלה 3**

יהי  מרחב המנה של  המתקבל על-ידי זה שמזהים זו לזו את כל הנקודות  כך ש- . בלשון אחרת,  הוא מרחב המנה  כאשר  הוא יחס שקילות המוגדר באופן הבא:  אם ורק אם  או  וגם . הראו ש- הומיאומורפי למעגל .

**שאלה 4**

מצאו דוגמה להעתקת מנה שאינה פתוחה ואינה סגורה.

**שאלה 5**

נתבונן ב-  ובתת-קבוצה שלו . נאמר ש- היא קבוצה סגורה אם  כאשר:  היא תת-קבוצה סגורה של  בטופולוגיה האוקלידית, ו- היא תת-קבוצה כלשהי של . הוכחתם בתרגיל בית 5 שהמשלימים של הקבוצות הסגורות הללו יוצרים טופולוגיה על . נסמן את הטופולוגיה הזאת ב-.

1. נאפיין את הקבוצות הפתוחות: הוכיחו כי  אמ"מ  כאשר  היא תת-קבוצה פתוחה של  בטופולוגיה האוקלידית ו-.
2. הוכיחו כי  מכילה את הטופולוגיה האוקלידית והסיקו ש- הוא .
3. הראו שאם  כך ש- אזי  פתוחה בטופולוגיה האוקלידית.
4. הוכיחו שלא קיימות  זרות כך ש- והסיקו ש- אינו .

**בּהצלחה בבחינה!**