

קורס: 83-211-01

מרצה: ש. הורוביץ

ל' בשבט תשע"ב

מבחן בפונקציות מרוכבות

מועד א

ענו על כל השאלות הבאות. ניקוד כל שאלה 18 נקודות.

כל חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט.

משך הבחינה שלוש שעות. בהצלחה!

1. מצאו את כל הפתרונות של המשוואה $(1-i)z = (\sqrt{3}+i)z^4$. (אפשר לכתוב אותם בסגנון $re^{i\theta}$.)

2. נגדיר $f(z) = \cos(\bar{z})$. קבעו באילו נקודות $f'(z)$ קיימת, והצדיקו את תשובתכם.

3. חשבו: $\int_{\gamma} (z - \bar{z})(z + \bar{z}) dz$ כאשר γ היא "ריבוע היחידה", ז.א. ריבוע בעל קדקדים בנקודות $0, 1, 1+i, i$, מתואר נגד כיוון השעון.

4. חשבו את האינטגרל $\int_0^{\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2 + 4)^2} dx$ והצדיקו את תשובתכם.

5. יהי $a > 1$ קבוע ממשי. נגדיר $f(z) = ze^{a-z}$ הוכיחו שבעיגול היחידה $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ קיים בדיוק פתרון אחד למשוואה $f(z) = 1$.

6. תהי $f(z)$ פונקציה מוגדרת ואנליטית בכל המישור המרוכב פרט למספר סופי של נקודות ונניח ש- $f(z)$ חסומה. האם בהכרח f קבועה? הצדיקו את תשובתכם.

בהצלחה!