

תרגול כיתה 6 – מבוא להסתברות וסטטיסטיקהמשתנה מקרי רציף

מתרגלים: ליאור דקל ואדם צ'פמן

תכונות פונקציית הצפיפות  $f$  (של מ"מ רציף  $X$ ):

1)  $f(x) \geq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R})$

2)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

חישוב פונקציית ההתפלגות המצטברת  $F$  (של מ"מ רציף  $X$ ):

1)  $F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t f_X(x) dx$

2)  $\int_a^b f(x) dx = P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a)$

התוחלת והשונות של מ"מ רציף  $X$ :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx \quad \blacklozenge$$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(x)]^2 \quad \blacklozenge$$

תרגיל 1

$$f(x) = \begin{cases} cx^n & , 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & , else \end{cases} \quad \text{פונקציית הצפיפות של משתנה } X \text{ היא}$$

(א). חשב את  $c$ .(ב). מצא את פונקציית ההתפלגות המצטברת  $F_X(x)$ .(ג). חשב את  $P(X \geq a)$  לכל  $0 \leq a \leq 1$ .

**תרגיל 2**

$$f(t) = \begin{cases} at^2 + bt & , 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & , else \end{cases}$$

פונקציית הצפיפות של משתנה  $X$  היא

כאשר  $a, b$  קבועים ממשיים.

נתון בנוסף כי  $E(X) = 0.6$ . חשב את  $P(X \leq \frac{1}{2})$  ואת  $Var(X)$ .

**תרגיל 3**

זמן החיים (בחודשים) של שופרת אלקטרונית הוא משתנה מקרי  $X$  שצפיפותו

$$f(t) = \begin{cases} te^{-t} & , 0 \leq t \\ 0 & , else \end{cases}$$

(א) מהי תוחלת זמן-החיים של שופרת?

(ב) במכשיר פועלות 10 מנורות ב"ת. מה הסיכוי שלפחות לשתיים מהן יהיה זמן חיים של יותר משלושה חודשים?

**תרגיל 4**

נתון קטע ממשי שאורכו 1. בוחרים נקודה על הקטע, כך שפונקציית הצפיפות של בחירת

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t & , 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & , else \end{cases}$$

הנקודה היא, מהי ההסתברות שהנקודה תחלק את

הקטע לשני חלקים כך שהיחס בין החלק הקצר לחלק הארוך קטן מ- $\frac{1}{4}$ ?

**תרגיל 5**

(א) נתון שהמ"מ הרציף  $X$  מתפלג אחיד עם פונ' הצפיפות  $(0 < x < 1)$ ,  $f_X(x) = 1$ . נגדיר מ"מ  $Z = 4X + 1$ . מצא את פונ' ההתפלגות ואת הצפיפות של  $Z$ .

(ב) יהי  $X$  משתנה עם צפיפות  $f_X(x) = 2xe^{-x^2}$  ( $x > 0$ ). מצא את הצפיפות של  $Y = X^2$ .