

בדידה למורים - תרגיל בית 8

31 בינואר 2017

1. בכמה דרכים ניתן לסדר קבוצה של 11 שחקני כדורגל (10 קפטן) בשתי שורות, כך שבשורה הראשונה יהיו 5 שחקים, והקפטן יהיה באמצע השורה הראשונה?

2. תזכורת: אם A קבוצה מגודל n , אז $\binom{n}{k}$ הוא מספר הדרכים לבחור k עצמים מהקבוצה. זה שווה למעשה למס' תתי הקבוצות מגודל k של A . הוכיחו:

$$\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$$

רמז: הראו ששני הביטויים "סופרים" את אותו דבר.

3. כמה מספרים בין 0 ל-1000 יש כך שהספרה 3 מופיעה בהם בדיוק 2 פעמים?

4. א. יהי n מספר חיובי שלם כלשהו. כמה זוגות של מספרים אי שליליים יש כך שסכומם n ? (לצורך העניין $a + b = n$ ו $b + a = n$ הם שני פתרונות שונים).
ב. יהי n מספר חיובי שלם כלשהו. כמה שלשות של מספרים אי שליליים יש שסכומם n ? (למשל: אם $n = 2$, אז האפשרויות הן: $2 = 0 + 0 + 2$, $2 = 0 + 2 + 0$, $2 = 2 + 0 + 0$, $2 = 1 + 1 + 0$, $2 = 0 + 1 + 1$ ו $2 = 1 + 0 + 1$). (הדרכה: המירו את השאלה לחלוקה של כדורים לתאים, באופן מתאים)

5. בכיתה יש 30 תלמידים. רוצים לחלק ביניהם 30 כובעים: 18 כובעי טמבל, 7 כובעי מצחיה, ו-5 כובעי קש. כך שכל תלמיד יקבל כובע אחד בדיוק. בכמה דרכים ניתן לעשות זאת?

6. א. מה מספר הדרכים לסדר 16 אנשים כך ש-6 יושבים סביב שולחן עגול, והיתר סביב שולחן עגול אחר?

ב. מה מספר הדרכים לסדר 16 אנשים כך ש-6 יושבים סביב שולחן עגול והיתר סביב ספסל?

(תזכורת: מספר הדרכים לסדר n אנשים במעגל הוא $(n-1)!$)

7. מחלקת הבטחת מידע דרשה שסיסמא תורכב מ-20 תווים, מתוכם 12 ספרות (שיכולות לבוא מכל אחת מספרות בין 0 ל-9) ו-8 אותיות (שיכולות לבוא מכל אחת מ-22 אותיות העברית). ניתן לחזור על אותה ספרה ועל אותה אות יותר מפעם אחת. כמה סיסמאות אפשריות יש? (שימו לב: הספרות והאותיות ממשולבות זה בזה. כלומר, לא חייב להתקיים שקודם באות כל הספרות ואח"כ כל האותיות)