סדרות:

נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא a_1 (שונה מאפס), והפרש הסדרה הוא d.

בונים סדרה חדשה שגם בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה החדשה גדול פי 4 מהאיבר הראשון בסדרה הנתונה, והפרש הסדרה החדשה גם הוא d.

סכום הסדרה החדשה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.

א. בטא את a_1 באמצעות d ו־ n.

ב. אם מגדילים את הפרש הסדרה הנתונה ב־ 3 (בלי לשנות את a_1 ואת n), מקבלים סדרה חשבונית שסכומה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
הראה כי הפרש הסדרה הנתונה הוא 2.

a_n ו־ a_k הם שני איברים בסדרה חשבונית במקום ה־ n ובמקום ה־ k בהתאמה.
הפרש הסדרה הוא d, והאיבר הראשון בסדרה הוא $a_1 = md$,
m — מספר טבעי, $d \neq 0$.

א. (1) הראה כי מתקיים $a_n + a_k = a_1 + d(n+k+m-2)$

(2) הבע באמצעות n, k ו־ m את המקום בסדרה של איבר השווה לסכום של שני האיברים a_n ו־ a_k.

ב. (1) הבע באמצעות a_1, d ו־ m את הסכום $a_{34} + a_{65}$.

(2) נתון: $a_{34} + a_{65} = a_{109}$,
סכום 79 האיברים הראשונים בסדרה הוא 7900.
מצא את d ואת a_1.

מתמטיקה, קיץ תשע"ו, מס' 035806, 316 + נספח

. נתונה סדרה חשבונית a_n המקיימת: $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$.

א. מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

הסדרה S_n היא סדרת הסכומים החלקיים של הסדרה a_n : $S_1\ ,\ S_2\ ,\ S_3\ ,\ \dots$

נתון כי $S_n = n \cdot a_n$ לכל n טבעי.

ב. הראה כי הפרש הסדרה a_n הוא 0 .

ג. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את a_1 .

נתונה סדרה b_n המקיימת את הכלל: $b_{n+1} - b_n = a_n + S_n$ לכל n טבעי.

ד. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את הסכום

$(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$.

קיץ 2014

בסדרה חשבונית יש $3n$ איברים.

סכום n האיברים האחרונים גדול פי 2 מסכום n האיברים הקודמים להם.

א. הוכח שסכום n האיברים הראשונים הוא 0 .

ב. נתון גם שסכום האיברים החמישי והשביעי הוא 0 .

סכום כל איברי הסדרה הוא 726 .

מצא את הפרש הסדרה.

א. נתונה סדרה חשבונית שבה $a_1 = 1$ ו- $d = 2$.

S_n הוא סכום n האיברים הראשונים של הסדרה.

הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

ב. נתונה סדרה המקיימת לכל n טבעי:

$$b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n - 1}$$

$$b_{19} + b_{20} = 4.5 \quad , \quad b_{19} > 2$$

$$b_{n+2} = b_n$$

מצא את b_{10}.

<u>הערה</u>: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.