

1.

3. יהי  $R$  שדה המספרים הממשיים  $R^* = R - \{0\}$ .  
 תהי  $G = (R^*, \cdot)$  ו-  $X = R^2 - \{(0,0)\}$  ונגדיר:  
 $\forall (g, (x, y)) \in R^* \times X \quad g * (x, y) = (g \cdot x, g \cdot y)$

א. הזכרו מקורס באלגברה מופשטת מהי פעולה על קבוצה והראו ש  $*$  מגדיר פעולה של החבורה  $G$  על הקבוצה  $X$ .

הערה: מרחב המנה נקרא  $RP^1$ .

ב. יהי  $F$  שדה סופי בעל  $p$  איברים, יהי  $F^* = F - \{0\}$  ונגדיר:  
 $\forall (a, (x, y)) \in F^* \times (F^2 - \{(0,0)\}) \quad (a, (x, y)) \mapsto (ax, ay) \in F^2 - \{(0,0)\}$   
 הראו שבכך הגדרנו פעולה של החבורה  $F^*$  על  $F^2 - (0,0)$ .

**פעולה של חבורה  $G$  על קבוצה  $X$  היא פונקציה  $G \times X \rightarrow X$  שמקיימת שתי תכונות:**

$$g_1 * (g_2 * x) = (g_1 g_2) * x \quad (2 \quad 1_G * x = x(1$$

**גם ב-א) וגם ב-ב) יש להראות קיום שתי תכונות אלו.**

ג. נגדיר את מרחב המנה  $FP^1 = (F^2 - (0,0)) / F^*$ . כמה איברים יש בו?

ד. באותו אופן נגדיר את מרחב המנה  $FP^n = (F^{n+1} - (0, \dots, 0)) / F^*$ . כמה איברים יש בו?

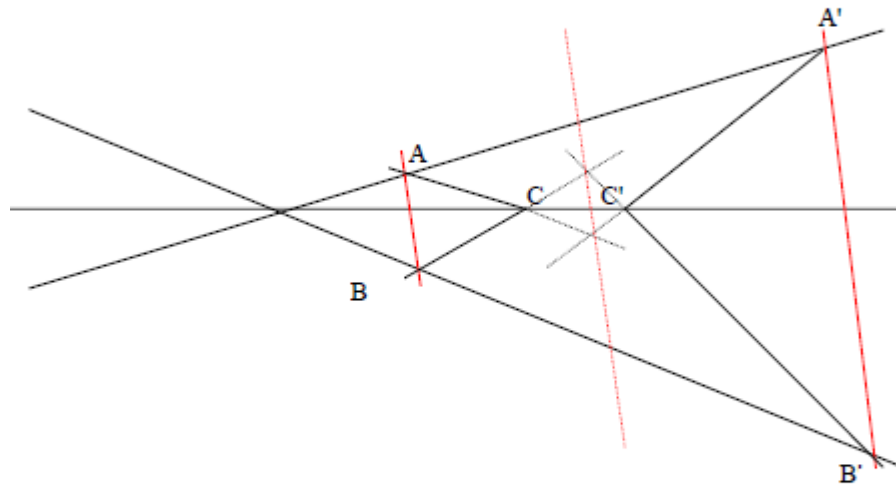
$$|FP^1| (*) = |F^2 - (0,0)| / |F - 0| = (p^2 - 1) / (p - 1) = p + 1 \quad (א$$

$$|FP^n| (*) = |F^{n+1} - (0, \dots, 0)| / |F - 0| = (p^{n+1} - 1) / (p - 1) \quad (ד$$

2.

4. ע"פ משפט דורג שני משולשים  $ABC, A'B'C'$  הם בפרספקטיבה מישר  $\Leftrightarrow$  הם בפרספקטיבה מנקודה.  
 קבעו האם המקרים הבאים יכולים להתרחש ושרטטו שרטוט מתאים למקרים שכן אשר ימחישו את משפט דורג:  
 א.  $AB \parallel A'B'$  ואין זוג מקביל נוסף.

יכול להתרחש - במקרה זה הישר המחבר את שתי נקודות החיתוך מקביל לזוג הצלעות המקבילות.

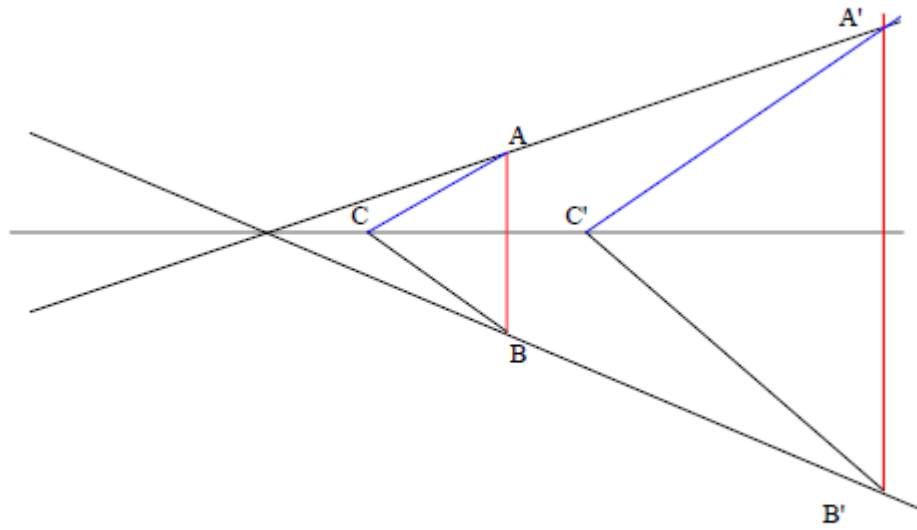


ב.  $AB \parallel A'B' \wedge AC \parallel A'C'$  ואין זוג מקביל נוסף.

לא יכול להתרחש - אם יש 2 זוגות של צלעות מקבילות אז גם הזוג השלישי יהיה של צלעות מקבילות (זאת מכיוון שלא ניתן לחבר 2 נקודות באינסוף עם נקודה שאיננה באינסוף בקו ישר).

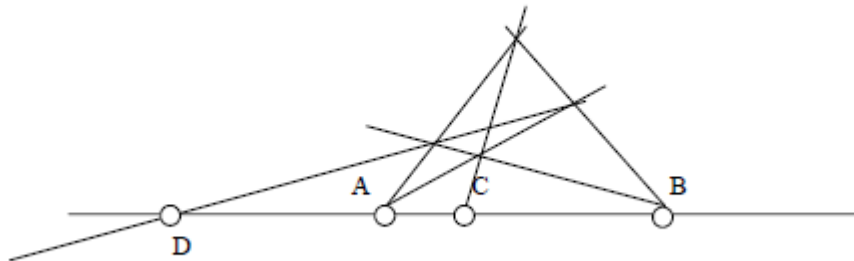
ג.  $AB \parallel A'B' \wedge AC \parallel A'C' \wedge BC \parallel B'C'$

במקרה זה  $I, J, K$  כולן יהיו על הישר באינסוף.



.3

3. המטרה בשאלה זו הייתה לבנות באופן מפורש, על ידי ציור, את נקודה  $D$ , על פי הבניה שעשינו בכיתה. למשל ב-א):



וכנ"ל לסעיף ב), שם  $D$  מתקבלת כנקודה בין  $A$  ל- $B$ , כשהיא יותר קרובה ל- $A$ .

.4

1. א) נבנה כי  $A, B, C$  נקודות שונות ו- $D=C$ . חשבו את היחס המרובע:  $R(A, D; C, B)$ .  
 ב) נבנה כי-  $CD = -2$ ,  $AC = -3$ ,  $AB=4$ . חשבו את היחס המרובע:  $R(A, D; C, B)$ .

.5

4. יש להפריד לשני מקרים – כאשר  $A=B$  ואז  $D=A=B$ , או כאשר  $A \neq B$  ואז  $D$  היא הנקודה באינסוף